

એકમ 6

પ્રમાણ્ય વિતરણ (સતત સંભાવના વિતરણ) [Normal Distribution]

- 6.0 ઉદ્દેશ
- 6.1 પ્રસ્તાવના
- 6.2 પ્રામાણ્ય વિતરણનો ખ્યાલ
- 6.3 પ્રામાણ્ય વિતરણ
 - 6.3.1 પ્રામાણ્ય વિતરણ અને તેનું સંભાવના વિધેય
 - 6.3.2 પ્રામાણ્ય વિતરણનો સંભાવના વક્ર
 - 6.3.3 પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ અને તેનું સંભાવના વિધેય
 - 6.3.4 પ્રામાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો
 - 6.3.5 પ્રામાણ્ય વિતરણના દાખલાઓ
 - 6.3.6 સ્વાધ્યાય
- 6.4 ચાવીરૂપ શબ્દો અને સંકેતો
 - સંદર્ભ ગ્રંથ :

6.0 ઉદ્દેશ :

આ પ્રકરણનો મૂળભૂત ઉદ્દેશ (1) વિદ્યાર્થીઓ સતત ચલના સંભાવના વિતરણ પ્રમાણ્ય વિતરણથી વાકેફ થાય. (2) તેના ઉપયોગો અને ગુણધર્મો અંગે જાણકારી મેળવી શકે.

6.1 પ્રસ્તાવના :

અગાઉ આપણે અસતત ચલના સંભાવના વિતરણ તરીકે દ્વિપદી વિતરણ અને પોયસન વિતરણનો અભ્યાસ કર્યો. સતત ચલરાશીના સંભાવના વિતરણ તરીકે જુદા જુદા વિતરણ છે. આ એકમમાં આપણે સતત ચલરાશીના સંભાવના વિતરણ તરીકે પ્રમાણ્ય વિતરણનો અભ્યાસ કરીશું. સતત ચલરાશીની સંભાવના અભ્યાસ માટે પ્રામાણ્ય વિતરણ સૌથી વધુ ઉપયોગી અને પ્રચલિત છે. દ્વિપદી વિતરણમાં જ્યારે n ની કિંમત ખૂબ જ મોટી હોય અને p અને q ની કિંમત બહુ નાની ન હોય ત્યારે દ્વિપદી વિતરણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુલક્ષે છે.

6.2 પ્રામાણ્ય વિતરણનો ખ્યાલ :

આંકડાશાસ્ત્રના અન્ય અનેક અભ્યાસોમાં પ્રામાણ્ય વિતરણ ઉપયોગી છે તેમજ આપણા વ્યવહારિક જીવનમાં પણ વિવિધ પ્રામાણ્ય વિતરણનો ઉપયોગ થતો જોવા મળે છે. જેમ કે, કોઈ વિસ્તારના કુટુંબોની આવકની વહેંચણીનો અભ્યાસ કરવા, અમુક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના બુદ્ધિઆંક (IQ)ના વિતરણના અભ્યાસ માટે, શેરબજારમાં શેરના ભાવમાંથી થતી વધઘટના અંતરાલનું અનુમાન કરવા તેમજ શેરની લે-વેચમાં અપેક્ષિત વળતર અને જોખમનો અભ્યાસ કરવા, નવજાત જન્મેલા બાળકોના વજન વિશેના અભ્યાસમાં પ્રામાણ્ય વિતરણ મદદરૂપ થાય છે.

પ્રમાણ્ય વિતરણ સતત ચલરાશીનું સંભાવના વિતરણ છે. આ વિતરણની શરૂઆત 1773માં અબ્રાહમ ડી મોઈવ્રે કરી હતી.

જ્યારે,

(i) યાદચ્છિક પ્રયોગમાં બે પ્રકારના પરિણામ સફળતા અને નિષ્ફળતા જોવા મળતા હોય.

(ii) પ્રયત્નોની સંખ્યા n બહુ મોટી સંખ્યા હોય.

(iii) સફળતા અને નિષ્ફળતાની સંભાવના p અને q બહુ નાની સંખ્યા ન હોય.

ત્યારે દ્વિપદી વિતરણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુલક્ષે છે. યાદચ્છિક ચલ x ની કિંમત કોઈ નિશ્ચિત અંતરાલ a અને b ની વચ્ચે હોય તેની સંભાવના શોધવા પ્રામાણ્ય વિતરણ ઉપયોગી છે. પ્રામાણ્ય વિતરણ સતત ચલનું સંભાવના વિતરણ હોવાથી યાદચ્છિક ચલ x ની નિશ્ચિત કિંમતની સંભાવના શૂન્ય થાય છે.

6.3 પ્રામાણ્ય વિતરણ :

6.3.1 પ્રામાણ્ય વિતરણ અને તેનું સંભાવના વિધેય :

જો યાદચ્છિક ચલ x નો મધ્યક μ અને પ્રમાણિત વિચલન σ હોય તેમજ તેનું સંભાવના વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$
 હોય તો યાદચ્છિક ચલ x ને પ્રામાણ્ય ચલ અને $f(x)$ ને પ્રામાણ્ય ચલનું સંભાવના

વિધેય કહે છે. પ્રામાણ્ય ચલ x ના વિતરણને પ્રામાણ્ય વિતરણ કહે છે. સંકેતમાં તેને $N(\mu, \sigma^2)$ વડે દર્શાવાય.

ઉપરોક્ત સંભાવના વિધેયમાં,

$$\mu = \text{મધ્યક} \quad e = 2.7183$$

$$\sigma = \text{પ્રમાણિત વિચલન} \quad \pi = \frac{22}{7} = 3.1416$$

$$\text{તેમજ} \quad -\infty < x < \infty$$

$$-\infty < \mu < \infty$$

$$\text{અને} \quad -0 < \sigma < \infty$$

$$-0 < \sigma < \infty$$

6.3.2 પ્રામાણ્ય વિતરણનો સંભાવના વક્ર :

સંભાવના વિતરણનો આલેખપત્ર પર રજૂ કરવા x અક્ષ ઉપર ચલ x ની જુદી કિંમતો અને y અક્ષ ઉપર સંભાવના દર્શાવાય. x ની જુદી જુદી કિંમતોને અનુરૂપ તેની સંભાવના દર્શાવતા બિંદુઓને હળવા હાથે જોડતાં જે વક્ર મળે તેને સંભાવના વક્ર કહેવાય.

પ્રામાણ્ય વિતરણનો સંભાવના વક્ર ઘંટાકાર સ્વરૂપ હોય છે અને તેને પ્રામાણ્ય વક્ર કહે છે.

6.3.3 પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ અને તેનું સંભાવના વિધેય :

પ્રામાણ્ય ચલ x ની સંભાવના શોધવા તેનું પ્રમાણિત ચલ z માં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે. જો પ્રામાણ્ય

ચલ x નો મધ્યક μ અને પ્રમાણિત વિચલન σ હોય તો યાદચ્છિક $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ ને પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ કહે છે.

આ પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z નો મધ્યક 0 અને પ્રમાણિત વિચલન 1 હોય છે.

પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z નું સંભાવના વિધેય નીચે મુજબ છે.

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad \text{જ્યાં} -\infty < z < \infty$$

6.3.4 પ્રામાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો :

- (1) પ્રામાણ્ય વિતરણ સતત ચલરાશીનું સંભાવના વિતરણ છે.
- (2) μ અને σ પ્રામાણ્ય વિતરણના પ્રાયલ છે.
- (3) પ્રામાણ્ય વિતરણનો સંભાવના વક્ર ઘંટાકાર સ્વરૂપનો હોય છે. એટલે કે પ્રામાણ્ય વિતરણ સંમિત વિતરણ છે અને તેમાં વિષમતા શૂન્ય હોય છે.
- (4) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક સમાન હોય છે. ($\bar{x} = M = Z$)
- (5) આ વિતરણમાં બંને ચતુર્થકો મધ્યસ્થથી સમાન અંતરે આવેલા હોય છે.
- (6) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યકની બંને બાજુએ સમાન અંતરે આવેલા પ્રાપ્તકોની સંભાવના સમાન હોય છે.
- (7) પ્રામાણ્ય વક્ર હેઠળનું કુલ ક્ષેત્રફળ 1 હોય છે.
- (8) પ્રામાણ્ય વક્ર x અક્ષને અનંતલક્ષી હોય છે એટલે કે તેના બે છેડા કદી x અક્ષને છેદતા નથી.
- (9) જ્યારે n એ બહુ મોટી સંખ્યા હોય અને p એ બહુ નાની સંખ્યા ન હોય ત્યારે દ્વિપદી વિતરણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુલક્ષે છે.
- (10) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં બંને ચતુર્થકોની અંદાજિત કિંમત નીચે મુજબ છે.

$$Q_1 = \mu - 0.675 \sigma$$

$$Q_3 = \mu + 0.675 \sigma$$

- (11) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં સરેરાશ વિચલન = $\frac{4}{5} \times \sigma$

$$\text{ચતુર્થક વિચલન} = \frac{2}{3} \times \sigma$$

- (12) પ્રામાણ્ય વિતરણના અગત્યના ક્ષેત્રફળ નીચે મુજબ છે.

(i) $\mu \pm \sigma$ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 0.6826

(ii) $\mu \pm 2\sigma$ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 0.9545

(iii) $\mu \pm 3\sigma$ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 0.9973

(iv) $\mu \pm 1.96\sigma$ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 0.95

(v) $\mu \pm 2.575\sigma$ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 0.99

અહીં એ સ્વાભાવિક છે કે પ્રામાણ્ય વક્ર હેઠળનું ક્ષેત્રફળ 1 હોવાથી મધ્યકની બંને તરફનું ક્ષેત્રફળ 0.5 થાય.

યાદ રાખો : પ્રામાણ્ય ચલ x નો મધ્યક μ અને પ્રમાણિત વિચલન σ છે. જ્યારે પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z નો મધ્યક 0 અને પ્ર.વિ. 1 છે.

પ્રામાણ્ય ચલ x ની સંભાવના શોધવા x ની કિંમત પરથી પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z ની કિંમત મેળવવામાં આવે છે. ત્યારબાદ $z = 0$ થી $z = z_1$ સુધીનું ક્ષેત્રફળ (સંભાવના) પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ (z) ના કોષ્ટક પરથી મેળવી શકાય.

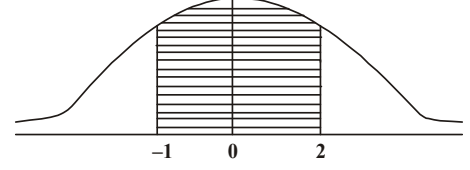
6.3.5 પ્રમાણ્ય વિતરણના દાખલાઓ :

(1) એક પ્રમાણ્ય ચલ x નો મધ્યક 55 અને પ્રમાણિત વિચલન 10 છે. આ પરથી x ની નીચેની કિંમતોની સંભાવના શોધો.

(i) $45 < x < 75$

(ii) $x \geq 47.5$

(iii) $x \leq 42.5$



$$\mu = 55 \quad \sigma = 10 \quad \therefore z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 55}{10}$$

(i) $P(45 < x < 75)$

$$= \left(P\left(\frac{45 - 55}{10} < \frac{x - 55}{10} < \frac{75 - 55}{10}\right) \right)$$

$$= P(-1 < Z < 2)$$

$$= P(-1 < Z < 0) + P(0 < Z < 2)$$

$$= 0.3413 + 0.4772$$

$$= 0.8185$$

આ જ ગણતરી સરળ રીતે નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય.

● મિત્રો $z = 0$ થી z_1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ પાછળ આપેલા કોષ્ટક પરથી શોધી શકાય.

(i) $P(45 < x < 75)$

= x ની કિંમત 45 અને 75 ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત $\frac{45 - 55}{10}$ અને $\frac{75 - 55}{10}$ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના

= z કિંમત -1 અને $+2$ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના

= 0 થી -1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ + 0 થી 2 સુધીનું ક્ષેત્રફળ

$$= 0.3413 + 0.4772$$

$$= 0.8185$$

વિદ્યાર્થીઓની સરળતા માટે આ પ્રકારના દાખલાઓ આપણે બીજી રીત મુજબ ગણીશું.

(ii) $P(x \geq 47.5)$

= x ની કિંમત 47.5 થી વધુ હોવાની સંભાવના

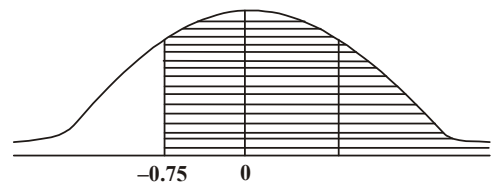
= z ની કિંમત $\frac{47.5 - 55}{10}$ થી વધુ હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત -0.75 થી વધુ હોવાની સંભાવના

= 0 થી -0.75 સુધીનું ક્ષેત્રફળ

$$+ 0.5$$

$$= 0.2734 + 0.5$$



$$= 0.7734$$

x સતત ચલ હોવાથી $x > 47.5$ અને $x \geq 47.5$ બંનેનું મૂલ્ય સમાન ગણાય.

$$(iii) P(x \leq 42.5)$$

= x ની કિંમત 42.5 કે તેથી ઓછી હોવાની સંભાવના

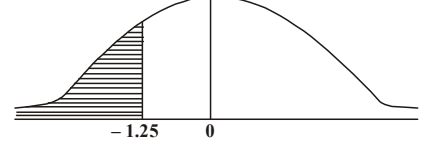
= z ની કિંમત $\frac{42.5-55}{10}$ કે તેથી ઓછી હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત -1.25 કે તેથી ઓછી હોવાની સંભાવના

= 0.5 - 0 થી -1.25 સુધીનું ક્ષેત્રફળ

$$= 0.5 - 0.3944$$

$$= 0.1056$$



વિદ્યાર્થી મિત્રો : આ પ્રકારના દાખલા ગણવા.

(1) સૌપ્રથમ સતત ચલ x નું પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z માં રૂપાંતર કરો.

(2) આકૃતિમાં z ની ઋણ કિંમત ડાબી બાજુ અને ધન કિંમતને જમણી બાજુ દર્શાવો.

(3) જો ડાબી અને જમણી - બંને બાજુના ક્ષેત્રફળ ગણતરીમાં લેવા હોય તો સંભાવનાનો સરવાળો કરો.

જો કોઈ એક બાજુના છેડા ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધવું હોય તો 0.5 માંથી 0 થી z_1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ બાદ કરો. 0 થી z_1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ z કોષ્ટક પરથી શોધી શકાય.

(2) SYBA ના એક વર્ગના વિદ્યાર્થીના માર્ક્સનું વિતરણ પ્રામાણ્ય છે. જો વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ માર્ક્સ 62 અને પ્રમાણિત વિચલન 8 હોય તો કોઈ વિદ્યાર્થીના માર્ક્સ (i) 70 થી વધુ (ii) 50 થી ઓછા હોવાની સંભાવના શોધો.

$$\mu = 62 \quad \sigma = 8 \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 62}{8}$$

(i) માર્ક્સ x ની કિંમત 70 થી વધુ હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત $\frac{70-62}{8}$ થી વધુ હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત 1 થી વધુ હોવાની સંભાવના

= 0.5 - 0 થી 1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ

$$= 0.5 - 0.3413$$

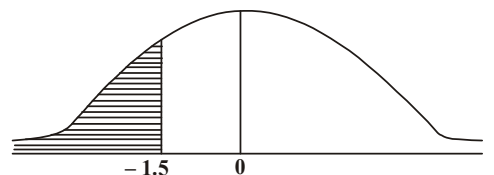
$$= 0.1587$$

આમ કોઈ વિદ્યાર્થીઓના માર્ક્સ 70 થી વધુ હોવાની સંભાવના 0.1587 છે.

(ii) માર્ક્સ x ની કિંમત 50 થી ઓછી હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત $\frac{50-62}{8}$ થી ઓછી હોવાની સંભાવના

= z ની કિંમત -1.5 થી ઓછી હોવાની સંભાવના



$$= 0.5 - 0 \text{ થી } -1.5 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= 0.5 - 0.4332$$

$$= 0.0668$$

આમ કોઈ વિદ્યાર્થીના માર્ક્સ 50 થી ઓછા હોવાની સંભાવના 0.0668 છે.

- (3) એક વિસ્તારના 5000 કુટુંબોની સરેરાશ આવક 7500 રૂ. અને વિચરણ $62,500$ (રૂ.)² છે. જો આવકનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો (i) કોઈ કુટુંબની આવક 7250 રૂ. અને 8000 રૂ. ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના શોધો. (ii) કેટલા ટકા કુટુંબોની આવક 8000 રૂ. થી ઓછી હશે? (iii) કેટલા કુટુંબોની આવક 7625 રૂ. થી વધુ હશે?

$$N = 5000 \quad \mu = 7500 \quad \sigma^2 = 62500$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 7500}{250} \quad \therefore \sigma = 250$$

(i) આવક x ની કિંમત 7250 અને 8000 ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના

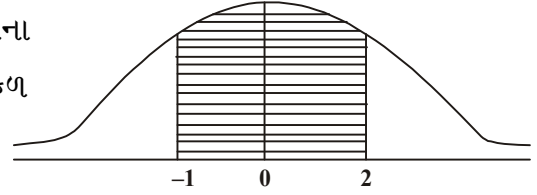
$$= z \text{ ની કિંમત } \frac{7250 - 7500}{250} \text{ અને } \frac{8000 - 7500}{250} \text{ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના}$$

$$= z \text{ ની કિંમત } -1 \text{ અને } 2 \text{ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના}$$

$$= 0 \text{ થી } -1 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ} + 0 \text{ થી } 2 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= 0.3413 + 0.4772$$

$$= 0.8185$$



આમ કોઈ કુટુંબની આવક 7250 રૂ. અને 8000 રૂ. ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના 0.8185 છે.

(ii) આવક x ની કિંમત 8000 રૂ. થી ઓછી હોવાની સંભાવના

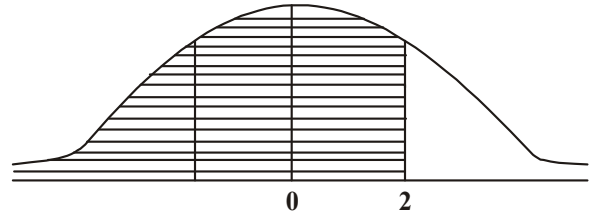
$$= z \text{ ની કિંમત } \frac{8000 - 7500}{250} \text{ થી ઓછી હોવાની સંભાવના}$$

$$= z \text{ ની કિંમત } 2 \text{ થી ઓછી હોવાની સંભાવના}$$

$$= 0.5 + 0 \text{ થી } 2 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= 0.5 + 0.4772$$

$$= 0.9772$$



હવે ટકાવારી શોધવા સંભાવનાનો 100 વડે ગુણાકાર કરાય.

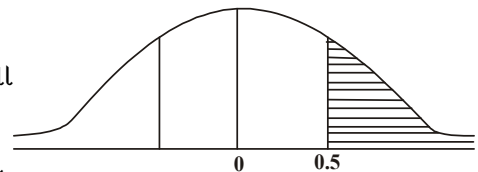
$$\text{કુટુંબોની ટકાવારી} = 0.9772 \times 100$$

$$= 97.72\%$$

આમ 97.72% કુટુંબોની આવક 8000 રૂ. થી ઓછી હશે.

(iii) આવક x ની કિંમત 7625 થી વધુ હોવાની સંભાવના

$$= z \text{ ની કિંમત } \frac{7625 - 7500}{250} \text{ થી વધુ હોવાની સંભાવના}$$



$$\begin{aligned}
&= z \text{ ની કિંમત } 0.5 \text{ થી વધુ હોવાની સંભાવના} \\
&= 0.5 - 0 \text{ થી } 0.5 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ} \\
&= 0.5 - 0.1915 \\
&= 0.3085
\end{aligned}$$

હવે કુટુંબોની સંખ્યા શોધવા સંભાવનાનો કુલ કુટુંબોની સંખ્યા વડે ગુણાકાર કરાય.

$$\begin{aligned}
\text{કુટુંબોની સંખ્યા} &= N \times P(x) \\
&= 5000 \times 0.3085 \\
&= 1542.5 \\
&= 1543
\end{aligned}$$

આમ 1543 (લગભગ) કુટુંબોની આવક રૂ. 7625 થી વધુ હશે.

નોંધ : જો પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક, પ્ર.વિ., ચલ (x) નું મૂલ્ય, દશાંશક કે શતાંશક શોધવા હોય તો,

- (i) સૌપ્રથમ આપેલી માહિતી પરથી 0 થી z_1 સુધીના અવલોકનોની (વચ્ચેના ભાગની) ટકાવારી શોધો.
- (ii) આ ટકાવારીને સંભાવનામાં ફેરવો.
- (iii) આ સંભાવનાને અનુરૂપ કોષ્ટક પરથી z ની કિંમત મેળવો.
- (iv) હવે z ના સુત્રમાં આપેલી કિંમત મૂકવાથી મધ્યક, પ્ર.વિ., ચલ (x) નું મૂલ્ય, દશાંશક કે શતાંશક શોધી શકાય.

(4) એક પ્રામાણ્ય વિતરણમાં 30% અવલોકનોનું મૂલ્ય 65 થી ઓછું છે. જો વિતરણનું પ્રમાણિત વિચલન 10 હોય તો મધ્યક શોધો.

30% અવલોકનોનું મૂલ્ય 65 થી ઓછું છે.

$\therefore \mu$ અને 65 વચ્ચે 20% અવલોકનો છે.

$$\therefore P = \frac{20}{100} = 0.2000$$

કોષ્ટક પરથી,

$P = 0.2000$ ને અનુરૂપ

$$z = -0.525$$

$$\text{હવે, } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

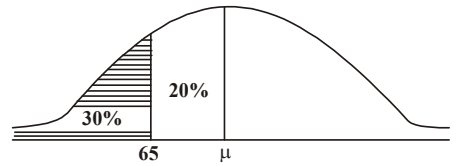
$$-0.525 = z = \frac{65 - \mu}{10}$$

$$-0.525 \times 10 = 65 - \mu$$

$$-5.25 = 65 - \mu$$

$$\therefore \mu = 65 + 5.25$$

$$\mu = 70.25$$



કોષ્ટકમાં

ક્ષેત્રફળ	z
0.1985	0.52
0.2019	0.53

બંનેની સરેરાશ લેતાં

0.2002	0.525
--------	-------

આ ત્રણમાં 0.2000 ની વધુ નજીક 0.2002 છે. તેને અનુરૂપ z ની કિંમત 0.525 છે.

- (5) એક પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 80 અને પ્રમાણિત વિચલન 15 છે. આ પરથી વચ્ચેના 60% અવલોકનોની સીમાઓ શોધો.

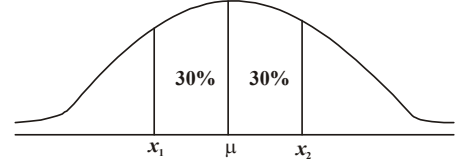
$$\mu = 80 \quad \sigma = 15$$

ધારો કે વચ્ચેના 60% અવલોકનો x_1 અને x_2 વચ્ચે આવેલા છે.

અહીં μ અને x_1 વચ્ચે 30% અવલોકનો છે.

$$P = \frac{30}{100} = 0.3000$$

કોષ્ટક પરથી ક્ષેત્રફળ 0.3000 ને અનુરૂપ $z = -0.84$



$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-0.84 = \frac{x_1 - 80}{15}$$

$$-0.84 \times 15 = x_1 - 80$$

$$-12.6 + 80 = x_1$$

$$x_1 = 67.4$$

આ જ રીતે જમણી બાજુ μ અને x_2 વચ્ચે 30% અવલોકનો છે.

કોષ્ટકમાં

ક્ષેત્રફળ	z
0.2996	0.84
0.3023	0.85

બંનેની સરેરાશ લેતાં

0.30095	0.845
---------	-------

$$\therefore P = 0.3000$$

કોષ્ટક પરથી $z = 0.84$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$0.84 = \frac{x_2 - 80}{15}$$

$$0.84 \times 15 = x_2 - 80$$

$$12.6 + 80 = x_2$$

$$x_2 = 92.6$$

આમ વચ્ચેના 60% અવલોકનો 67.4 અને 92.6 ની વચ્ચે આવેલાં છે.

- (6) એક વિસ્તારના 2000 કુટુંબોની સરેરાશ આવક રૂ. 8200 અને પ્રમાણિત વિચલન 300 રૂ. છે. જો આવક પ્રમાણ્ય રીતે વિતરિત હોય તો (i) 8000 રૂ. અને 8500 રૂ. ની વચ્ચે આવક મેળવતા કુટુંબોની ટકાવારી શોધો. (ii) વચ્ચેના 68.26% કુટુંબોની આવકનો ગાળો શોધો. (iii) સૌથી વધુ આવક મેળવતા 10% કુટુંબોની ઓછામાં ઓછી આવક શોધો.

$$N = 2000, \quad \mu = 8200 \quad \sigma = 300 \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 8200}{300}$$

(i) આવક x ની કિંમત 8000 અને 8500 ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના

$$= z \text{ ની કિંમત } \frac{8000 - 8200}{300} \text{ અને } \frac{8500 - 8200}{300} \text{ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના}$$

$$= z \text{ ની કિંમત } -0.67 \text{ અને } +1 \text{ ની વચ્ચે હોવાની સંભાવના}$$

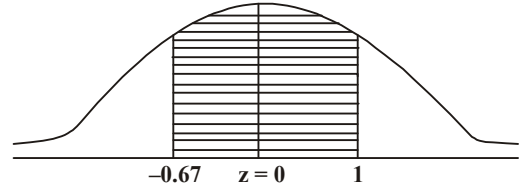
$$= 0 \text{ થી } -0.67 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ} + 0 \text{ થી } 1 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ}$$

$$= 0.2488 + 0.3413$$

$$= 0.5901$$

$$\text{હવે, કુટુંબોની ટકાવારી} = 0.5901 \times 100$$

$$= 59.01$$



આમ 59.01% કુટુંબોની આવક 8000 રૂ. અને 8500 રૂ.ની વચ્ચે આવેલ હશે.

(ii) ધારો કે વચ્ચેના 68.26% કુટુંબોની આવક રૂ. x_1 અને રૂ. x_2 વચ્ચે આવેલ છે.

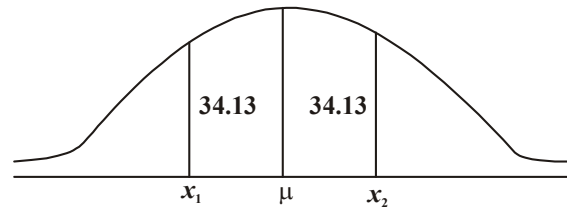
હવે, μ અને x_1 વચ્ચે 34.53% અવલોકનો છે.

$$\therefore P = \frac{34.13}{100} = 0.3413$$

સંભાવના 0.3413 ને અનુરૂપ

$$z = -1 \text{ (કોષ્ટક પરથી)}$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



$$-1 = \frac{x_1 - 8200}{300}$$

$$-300 = x_1 - 8200$$

$$-300 + 8200 = x_1$$

$$x_1 = 7900$$

આજ રીતે, જમણી બાજુ μ અને x_2 વચ્ચે 34.13% અવલોકનો છે.

$$P = 0.3413$$

$$\therefore z = +1$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$+1 = \frac{x_2 - 8200}{300}$$

$$300 = x_2 - 8200$$

$$300 + 8200 = x_2$$

$$x_2 = 8500$$

આમ, વચ્ચેના 68.26% કુટુંબોની આવક 7900 રૂ. અને 8500 રૂ.ની વચ્ચે આવેલ હશે.

(iii) ધારો કે સૌથી વધુ આવક મેળવતા 10% કુટુંબોની ન્યૂનતમ આવક x_3 રૂ. છે.

$\therefore \mu$ અને x_3 વચ્ચે 40% અવલોકનો છે.

$$\therefore P = \frac{40}{100} = 0.40$$

કોષ્ટક પરથી

$$z = 1.28$$

$$\text{હવે, } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1.28 = \frac{x_3 - 8200}{300}$$

$$1.28 \times 300 = x_3 - 8200$$

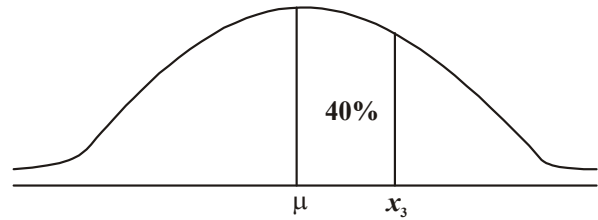
$$384 + 8200 = x_3$$

$$x_3 = 8584$$

આમ, સૌથી વધુ આવક ધરાવતા 10% કુટુંબોની ઓછામાં ઓછી આવક 8584 રૂ. હશે.

કોષ્ટકમાં

ક્ષેત્રફળ	z
0.3997	1.28
0.4015	1.29



બંનેની સરેરાશ લેતાં

0.4006	1.285
--------	-------

(7) એક પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક 66 અને વિચરણ 144 છે. આ પરથી D_3 અને P_{85} શોધો.

$$\mu = 66$$

$$\sigma^2 = 144$$

$$\therefore \sigma = 12$$

(i) 30% અવલોકનોનું મૂલ્ય D_3 કરતાં ઓછું છે.

\therefore 20% અવલોકનો μ અને D_3 વચ્ચે આવેલા છે.

$$P = \frac{20}{100} = 0.2000$$

કોષ્ટક પરથી

$$z = -0.525$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-0.525 = \frac{D_3 - 66}{12}$$

$$-0.525 \times 12 = D_3 - 66$$

$$-6.3 + 66 = D_3$$

$$D_3 = 59.7$$

કોષ્ટકમાં

ક્ષેત્રફળ	z
0.1985	0.52
0.2019	0.53

બંનેની સરેરાશ લેતાં

0.2002	0.525
--------	-------

(ii) 85% અવલોકનોનું મૂલ્ય P_{85} કરતાં ઓછું છે.

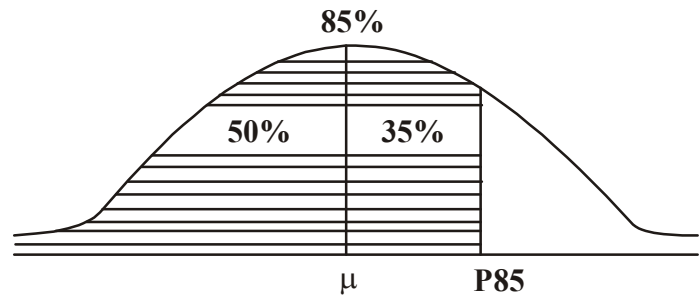
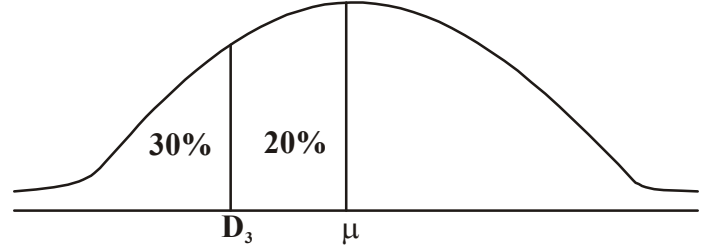
\therefore μ અને P_{85} વચ્ચે 35% અવલોકનો છે.

$$P = \frac{35}{100} = 0.3500$$

કોષ્ટક પરથી

$$z = 1.035$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



$$1.035 = \frac{P_{85} - 66}{12}$$

$$1.035 \times 12 = P_{85} - 66$$

$$12.42 + 66 = P_{85}$$

$$P_{85} = 78.42$$

કોષ્ટકમાં

ક્ષેત્રફળ	z
0.3485	1.03
0.3508	1.04

બંનેની સરેરાશ લેતાં

0.34965	1.035
---------	-------

- (8) એક શહેરમાં ટી.વી. જોવાની ટેવ વિશે નિદર્શ તપાસ કરતાં જોવા મળ્યું કે 33% લોકો દરરોજ 90 મિનિટથી ઓછું ટી.વી. જુએ છે જ્યારે 90.32% લોકો 177 મિનિટથી ઓછું ટી.વી. જુએ છે. જો ટી.વી. જોવાની સમયગાળો પ્રમાણ્ય રીતે વિતરિત હોય તો વિતરણનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

33% લોકો 90 મિનિટથી ઓછું ટી.વી. જુએ છે.

∴ μ અને 90 વચ્ચે 17% અવલોકનો છે.

$$\therefore P = \frac{17}{100} = 0.1700$$

કોષ્ટક પરથી

$$z = -0.44$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-0.44 = \frac{90 - \mu}{\sigma}$$

$$-0.44\sigma = 90 - \mu \quad \dots\dots\dots (i)$$

હવે, 90.32% લોકો 177 મિનિટથી ઓછું ટી.વી. જુએ છે.

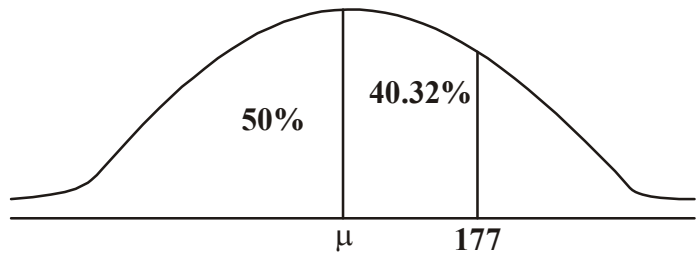
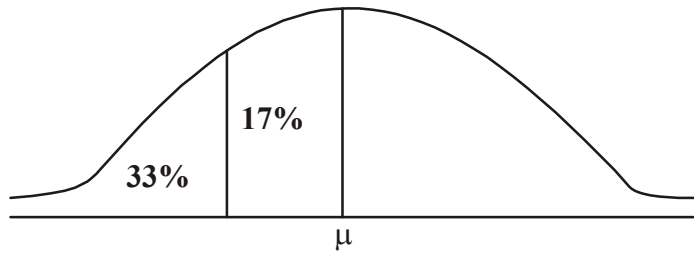
∴ μ અને 177 વચ્ચે 40.32% અવલોકનો છે.

$$\therefore P = \frac{40.32}{100} = 0.4032$$

કોષ્ટક પરથી

$$z = 1.3$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



$$1.3 = \frac{177 - \mu}{\sigma}$$

$$1.3\sigma = 177 - \mu \quad \dots\dots\dots (ii)$$

પરિણામ (ii) માંથી પરિણામ (i) બાદ કરતાં

$$\begin{array}{r} 1.3\sigma = 177 - \mu \\ - 0.44\sigma = 90 - \mu \\ \hline + \quad - \quad + \\ 1.74\sigma = 87 \end{array}$$

$$\sigma = \frac{87}{1.74}$$

પ્રમાણિત વિચલન $\sigma = 50$ મિનિટ

હવે, પરિણામ (i) માં $\sigma = 50$ મૂકતાં,

$$-0.44\sigma = 90 - \mu$$

$$-0.44 (50) = 90 - \mu$$

$$-22 = 90 - \mu$$

$$\mu = 90 + 22$$

મધ્યક $\mu = 112$ મિનિટ

- (9) એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના માર્ક્સનું વિતરણ પ્રામાણ્ય છે. તેમના સરેરાશ માર્ક્સ 58 અને પ્રમાણિત વિચલન 12 છે. 20 વિદ્યાર્થીઓના માર્ક્સ 46 થી ઓછા છે. તો વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

$$\mu = 58 \quad \sigma = 12 \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 58}{12}$$

માર્ક્સ x ની કિંમત 46 થી ઓછી હોવાની સંભાવના

$$= z \text{ ની કિંમત } \frac{46 - 58}{12} \text{ થી ઓછી હોવાની સંભાવના}$$

$$= z \text{ ની કિંમત } -1 \text{ થી ઓછી હોવાની સંભાવના}$$

$$= 0.5 - 0.3414$$

$$= 0.1587$$

હવે, 20 વિદ્યાર્થીઓના માર્ક્સ 46 થી ઓછા છે.

સંભાવના (P) વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$$0.1587 \quad \quad \quad 20$$

$$1 \quad \quad \quad ?$$

$$\therefore \text{ કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા} = \frac{20 \times 1}{0.1587} = 126.02$$

આમ વર્ગમાં લગભગ 126 વિદ્યાર્થીઓ હશે.

- (10) એક પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક $\mu = 120$ અને $\sigma = 25$ છે. જો (i) $P(x \geq K_1) = 0.05$ અને (ii) $P(x \leq K_2) = 0.9332$ હોય તો K_1 અને K_2 ની કિંમત શોધો.

$$\mu = 120 \quad \sigma = 25$$

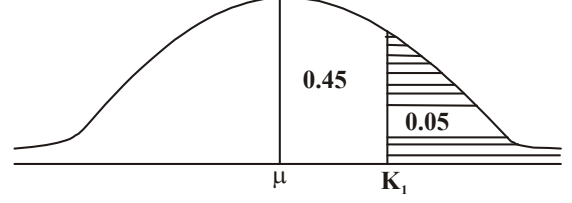
$$(i) P(x \geq K_1) = 0.05$$

x ની કિંમત K_1 થી વધુ હોવાની સંભાવના = 0.05

$$\begin{aligned} \therefore \mu \text{ અને } K_1 \text{ વચ્ચેનું ક્ષેત્રફળ} &= 0.5 - 0.05 \\ &= 0.45 \end{aligned}$$

ક્ષેત્રફળ 0.45 ને અનુરૂપ (કોષ્ટક પરથી)

$$z = 1.645$$



$$\text{હવે, } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1.645 = \frac{K_1 - 120}{25}$$

$$1.645 \times 25 = K_1 - 120$$

$$41.13 + 120 = K_1$$

$$\therefore K_1 = 161.13$$

$$(ii) P(x \leq K_2) = 0.9332$$

x ની કિંમત K_2 થી ઓછી હોવાની સંભાવના = 0.9332

$$\begin{aligned} \therefore \mu \text{ અને } K_2 \text{ વચ્ચેનું ક્ષેત્રફળ} &= 0.9332 - 0.5 \\ &= 0.4332 \end{aligned}$$

ક્ષેત્રફળ 0.4332 ને અનુરૂપ (કોષ્ટક પરથી)

$$z = 1.5$$

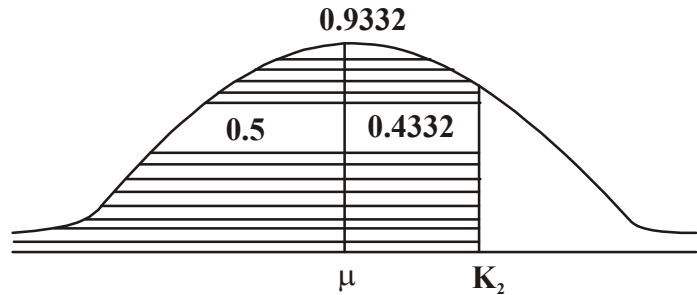
$$\text{હવે, } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1.5 = \frac{K_2 - 120}{25}$$

$$1.5 \times 25 = K_2 - 120$$

$$37.5 + 120 = K_2$$

$$\therefore K_2 = 157.5$$



- (11) પ્રમાણિત ચલ x નું સંભાવના વિધેય નીચે મુજબ છે. તે પરથી વિતરણના પ્રાયલો શોધો.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{288\pi}} e^{\frac{-1}{288}(x^2 - 50x + 625)}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{288\pi}} e^{\frac{-1}{288}(x^2-50x+625)}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{144 \times 2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-25}{144}\right)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-25}{12}\right)^2} \dots\dots\dots(1)$$

સંભાવના વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \dots\dots\dots(2)$$

બંને વિધેય સરખાવતાં $\mu = 25$ અને $\sigma = 12$

\therefore પ્રાયલ $(\mu, \sigma) = (25, 12)$

(12) જો z એ પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ હોય અને z_1 અને z પ્રાપ્તાંક દર્શાવતો હોય તો નીચેની માહિતીને અનુરૂપ z_1 ની કિંમત શોધો.

(i) $P(-1.5 \leq z \leq z_1) = 0.7438$

(ii) $P(z > z_2) = 0.0606$

(i) $P(-1.5 \leq z \leq z_1) = 0.7438$

-1.5 થી z_1 સુધીનું ક્ષેત્રફળ = 0.7438

કોષ્ટક પરથી

0 થી -1.5 સુધીનું ક્ષેત્રફળ = 0.4332

$$\therefore 0 \text{ થી } z_1 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ} = 0.7438 - 0.4332$$

$$= 0.3106$$

કોષ્ટકમાં ક્ષેત્રફળ 0.3106 ને અનુરૂપ

$$z = z_1 = 0.88$$

(ii) $P(z > z_2) = 0.0606$

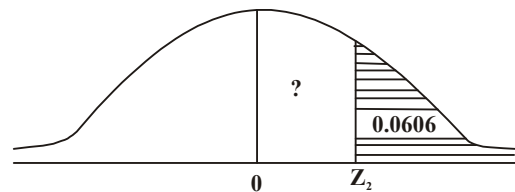
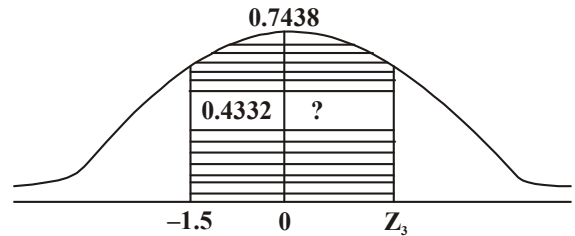
z ની કિંમત z_2 થી વધુ હોવાની સંભાવના = 0.0606

$$\therefore 0 \text{ થી } z_2 \text{ સુધીનું ક્ષેત્રફળ} = 0.5 - 0.0606$$

$$= 0.4394$$

કોષ્ટક પરથી ક્ષેત્રફળ 0.4394 ને અનુરૂપ

$$z = z_2 = 1.55$$



(13) એક પ્રમાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક 150 અને પ્રમાણિત વિચલન 20 છે. આ પરથી સરેરાશ વિચલન અને ચતુર્થક વિચલન શોધો.

$$\mu = 150 \quad \sigma = 20$$

પ્રમાણ્ય વિતરણમાં

$$\text{સરેરાશ વિચલન} = \frac{4}{5} \times \sigma$$

$$= \frac{4}{5} \times 20$$

$$\text{સરેરાશ વિચલન} = 16$$

$$\text{ચતુર્થક વિચલન} = \frac{2}{3} \times \sigma$$

$$= \frac{2}{3} \times 20$$

$$= 13.33$$

(14) એક પ્રમાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક 42 અને પ્રમાણિત વિચલન 8 છે. આ પરથી બંને અંતિમ ચતુર્થાંકોની લગભગ કિંમત મેળવો.

$$\mu = 42 \quad \sigma = 8$$

પ્રમાણ્ય વિતરણમાં

$$Q_1 = \mu - 0.675\sigma \quad Q_3 = \mu + 0.675\sigma$$

$$= 42 - 0.675(8) \quad = 42 + 0.675(8)$$

$$= 42 - 5.4 \quad = 42 + 5.4$$

$$Q_1 = 36.6 \quad Q_3 = 47.4$$

6.3.6 સ્વાધ્યાય :

(A) યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ લખો. :

(1) પ્રમાણ્ય વિતરણ કઈ ચલરાશી માટેનું સંભાવના વિતરણ છે ?

(a) અસતત ચલ (b) સતત ચલ (c) સાપેક્ષ ચલ

(2) પ્રમાણ્ય વિતરણની શરૂઆત કોણે કરી હતી ?

(a) જેકોબ બર્નોલી (b) કાર્લ પિયર્સન (c) અબ્રાહમ મોઈરે

(3) પ્રમાણ્ય વિતરણના પ્રાયલો કયા છે ?

(a) n અને P (b) μ અને σ (c) μ અને m

(4) પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય વિતરણના સંભાવના વિધેયમાં અચળાંકો કયા છે ?

(a) μ અને σ (b) x અને μ (c) e અને π

- (5) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં યાદચ્છિક ચલ x નો વિસ્તાર શું હોય છે ?
 (a) $(-\infty, \infty)$ (b) $(-1, 1)$ (c) $[0, 1]$
- (6) પ્રામાણ્ય વક્રમાં મધ્યક μ ની ડાબી બાજુનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હોય ?
 (a) 1 (b) 0.5 (c) -0.5
- (7) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં વચ્ચેના 99.73% અવલોકનો કયા વિસ્તારમાં સમાયેલા હોય છે ?
 (a) $\mu \pm \sigma$ (b) $\mu \pm 2\sigma$ (c) $\mu \pm 3\sigma$
- (8) પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલનું વિચરણ કેટલું હોય ?
 (a) 0 (b) 1 (c) 2
- (9) સતત યાદચ્છિક પ્રામાણ્ય ચલ x કોઈ નિશ્ચિત કિંમત ધારણ કરે તેની સંભાવના કેટલી ?
 (a) 0 (b) 1 (c) 0.5

(B) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

- (1) કઈ શરતો હેઠળ દ્વિપદી વિતરણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુલક્ષે છે ?
- (2) પ્રામાણ્ય વિતરણનું સંભાવના વિધેય લખી, તેમાં વપરાતા પદો સમજાવો.
- (3) પ્રામાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.
- (4) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં સંભાવના વિધેયમાં e અને π ની કિંમત જણાવો.
- (5) પ્રામાણ્ય ચલના મધ્યક અને વિચરણ શું હોય ?
- (6) પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલના મધ્યક અને વિચરણ જણાવો.
- (7) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં કેટલા ટકા અવલોકનો $\mu \pm 2\sigma$ માં સમાયેલા હોય છે ?
- (8) પ્રામાણ્ય વિતરણની વિષમતા કેટલી હોય છે ?
- (9) પ્રામાણ્ય વક્ર હેઠળના ચાર અગત્યના ક્ષેત્રફળ જણાવો.

(C) ગણતરી કરો.

- (1) પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z ની નીચેની કિંમતોની સંભાવના શોધો.
 (i) $-1 \leq z \leq 1.5$ (ii) $z \geq 1.25$ (iii) $z \geq -1.5$
- (2) બેટરી બનાવતી એક કંપનીની બેટરીઓનું સરેરાશ આયુષ્ય 750 કલાક અને પ્રમાણિત વિચલન 60 કલાક છે. જો બેટરીનું આયુષ્ય પ્રામાણ્ય રીતે વિતરીત હોય તો કેટલા ટકા બેટરીનું આયુષ્ય (i) 690 અને 840 કલાકની વચ્ચે (ii) 675 કલાકથી ઓછું (iii) 780 કલાકથી વધુ હશે ?
- (3) સામાન્ય જ્ઞાનની 200 માર્ક્સની એક પરીક્ષામાં 2000 વિદ્યાર્થીઓએ આપી. પરીક્ષામાં તેમના સરેરાશ માર્ક્સ 90 અને પ્રમાણિત વિચલન 20 છે. પરીક્ષામાં પાસ થવા ઓછામાં ઓછા 36% અને દ્વિતીય વર્ગ માટે 50% થી 60% ગુણ જરૂરી છે. જો માર્ક્સનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો પરીક્ષામાં નાપાસ થયેલા તેમજ પ્રથમ, દ્વિતીય અને તૃતીય વર્ગમાં પાસ થયેલા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.
- (4) એક શાળાના 500 વિદ્યાર્થીઓની પરીક્ષા લેવામાં આવી. આ પરીક્ષાનું પરિણામ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 60 અને પ્રમાણિત વિચલન 12 છે. (i) જો 78 થી વધુ ગુણ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓને સ્કોલરશીપ આપવાની હોય તો સ્કોલરશીપ મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો. (ii) જો સૌથી નબળા 10% વિદ્યાર્થીઓ માટે વિશેષ તાલીમવર્ગ ગોઠવવા હોય તો આ વિદ્યાર્થીઓના મહત્તમ માર્ક્સ શોધો.

- (5) શહેરના એક વિસ્તારના લોકોનું સરેરાશ વજન 58 કિલોગ્રામ અને વિચરણ 81 (કિ.ગ્રા.)² છે. જો વજનનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો વચ્ચેના 60% વ્યક્તિઓના વજનનો ગાળો શોધો.
- (6) એક પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 45 અને પ્રમાણિત વિચલન 5 છે. આ પરથી 8મો દશાંશક અને 35મો શતાંશક મેળવો.
- (7) 1000 વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહનું સરેરાશ વજન 52 કિ.ગ્રા. અને વિચરણ 100 (કિ.ગ્રા.)² છે. જો વજનનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો (i) સૌથી વધુ વજન ધરાવતા 100 વિદ્યાર્થીઓનું ન્યૂનતમ વજન (ii) સૌથી ઓછું વજન ધરાવતા 50 વિદ્યાર્થીઓનું મહત્તમ વજન શોધો.
- (8) વીજળીના બલ્બ બનાવતી એક કંપની દ્વારા ઉત્પાદિત બલ્બનું આયુષ્ય પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. જો 15% બલ્બનું આયુષ્ય 850 કલાકથી ઓછું અને 90% બલ્બનું આયુષ્ય 2500 કલાકથી ઓછું હોય તો કંપની દ્વારા ઉત્પાદિત બલ્બનું સરેરાશ આયુષ્ય અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન શોધો.
- (9) એક કોલેજના એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના પરિણામની માહિતી નીચે મુજબ છે.
વિશિષ્ટ ગુણવત્તા સાથે પાસ : 15% વિદ્યાર્થીઓ
વિશિષ્ટ ગુણવત્તા વિના પાસ : 75% વિદ્યાર્થીઓ
નાપાસ : 10% વિદ્યાર્થીઓ
પાસ થવા માટે ઓછામાં ઓછા 40 ગુણ અને વિશિષ્ટ ગુણવત્તા માટે 80 ગુણ જરૂરી હોય તેમજ માર્ક્સનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય તો વિતરણના પ્રાયલો શોધો.
- (10) એક રેસ્ટોરન્ટના ગ્રાહકોના બિલની રકમ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. ગ્રાહકોના બિલની સરેરાશ રકમ 1200 રૂ. છે. જો 6.68% ગ્રાહકોનું બિલ 1500 રૂ. થી વધુ હોય તો 800 રૂ. અને 1400 રૂ.ની વચ્ચે બિલ હોય તેવા ગ્રાહકોની ટકાવારી શોધો.
- (11) એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓનું વજન પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે. વિદ્યાર્થીઓનું સરેરાશ વજન 55 કિ.ગ્રા. અને પ્રમાણિત વિચલન 5 કિ.ગ્રા. છે. જો 10 વિદ્યાર્થીઓનું વજન 50 કિ.ગ્રા.થી ઓછું હોય તો વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.
- (12) યાદચ્છિક પ્રામાણ્ય ચલ x નો મધ્યક 150 અને પ્રમાણિત વિચલન 20 છે. જો (i) $P(x \leq K_1) = 0.95$ અને (ii) $P(130 \leq x \leq K_2) = 0.7783$ હોય તો K_1 અને K_2 ની કિંમત શોધો.
- (13) એક વિક્રેતા મોબાઈલનું વેચાણ કરે છે અને વેચાણ પ્રામાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે, જેનું સંભાવના વિધેય નીચે મુજબ છે.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{288\pi}} e^{-\frac{1}{288}(x-55)^2}$$

તો જાન્યુઆરી મહિનાના કેટલા દિવસ દરમિયાન મોબાઈલનું વેચાણ (i) 40 મોબાઈલથી ઓછું અને (ii) 67 મોબાઈલથી વધુ હશે ?

- (14) એક પ્રામાણ્ય વિતરણના બે અંતિમ ચતુર્થકોનો સરવાળો 45 અને તેમનો તફાવત 15 છે. તેમજ તેનું વિતરણ મધ્યક કરતાં 10 ગણું છે. તો $P(10 \leq x \leq 15)$ ની કિંમત શોધો.

- (15) એક પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક 60 છે. જો 88.49% અવલોકનોનું મૂલ્ય 72 થી ઓછું હોય તો પ્રમાણિત વિચલન શોધો.
- (16) એક પ્રામાણ્ય વિતરણનો મધ્યક μ અને પ્ર.વિ. σ છે. તો આ વિતરણના કેટલા ટકા અવલોકનો
(i) $\mu \pm 1.25\sigma$ (ii) $\mu - 1.2\sigma$ થી વધુ (iii) $\mu + 2\sigma$ થી વધુ હશે ?
- (17) એક પ્રામાણ્ય વિતરણમાં પ્રામાણ્ય ચલ x ની કિંમતો 66 અને 87 ને અનુરૂપ પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z ની કિંમત અનુક્રમે -0.6 અને 1.5 છે. આ પરથી મધ્યક અને પ્ર.વિ. શોધો.
- (18) જો $P(z \geq z_1) = 0.1480$ હોય તો $P(0 \leq z \leq z_1)$ ની કિંમત શોધો.
- (19) જો પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ z માટે $P(z \leq 1 + a) = 0.9332$ હોય તો a ની કિંમત શોધો.
- (20) એક પ્રામાણ્ય વિતરણમાં મધ્યક 80 અને પ્ર.વિ. 12 છે. તો સરેરાશ વિચલન અને ચતુર્થક વિચલન મેળવો.
- (21) જો z એ પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ હોય તો નીચેની માહિતી માટે z_1 ની કિંમત શોધો.
(i) $P(-1 \leq z \leq z_1) = 0.7357$
(ii) $P(z_1 \leq z \leq 1.5) = 0.1417$
- (22) નીચેની માહિતીને અનુરૂપ z_1 ની કિંમત શોધો.
(i) $z = z_1$ ની ડાબી બાજુનું ક્ષેત્રફળ 0.15 છે.
(ii) $z = z_1$ ની જમણી બાજુનું ક્ષેત્રફળ 0.75 છે.

જવાબો :

- (A) (1) b, (2) c, (3) b, (4) c, (5) a, (6) b, (7) c, (8) b, (9) a
- (C) (1) (i) 0.7745 (ii) 0.1056 (iii) 0.9332
(2) (i) 0.7745 (ii) 0.1056 (iii) 0.6915
(3) નાપાસ 368, તૃતીય વર્ગ 1015, દ્વિતીય વર્ગ 483, પ્રથમ વર્ગ 134
(4) (i) 33 વિદ્યાર્થી (ii) 44.64 માર્ક્સ
(5) 50.44 અને 65.56
(6) $D_8 = 49.2$, $P_{35} = 43.07$
(7) (i) 64.8 (ii) 35.55
(8) $\mu = 1587.69$, $\sigma = 712.74$
(9) $\mu = 62.12$, $\sigma = 17.28$
(10) $\sigma = 200$, 81.85%
(11) 63 વિદ્યાર્થીઓ
(12) $K_1 = 182.9$, $K_2 = 180.6$
(13) (i) 3.27, (ii) 4.92 દિવસ
(14) $\mu = 22.5$, $\sigma = 15$, $P = 0.1052$

(15) $\sigma = 10$

(16) (i) 78.88%, (ii) 88.49% (iii) 2.28%

(17) $\mu = 72, \sigma = 10$

(18) 0.3520

(19) $a = 0.5$

(20) સ.વિ. = 9.6, ચ.વિ. = 8

(21) (i) 1.25, (ii) 0.5

(22) (i) -1.035 (ii) -0.675

6.4 ચાવીરૂપ શબ્દો :

પ્રામાણ્ય વિતરણ : સતત ચલરાશી માટેનું સંભાવના વિધેય

z : પ્રમાણિત પ્રામાણ્ય ચલ

μ (મ્યુ) : પ્રામાણ્ય ચલ x નો મધ્યક

σ (સીગ્મા) : પ્રામાણ્ય ચલ x નું પ્રમાણિત વિચલન

સરેરાશ વિચલન : પ્રસારમાનનું માપ

ચતુર્થક વિચલન : પ્રસારમાનનું માપ

: સંદર્ભ ગ્રંથ :

- (1) ગાણિતિક આંકડાશાસ્ત્ર : એચ.ડી. શાહ, યુનિ. ગ્રંથ નિર્માણ બોર્ડ. (1990)
- (2) આંકડાશાસ્ત્ર (ભાગ-2) : ગુજરાત રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક મંડળ.
- (3) Fundamentals of Mathematical Statistics : Gupta and Kapoor
Sultan Chand Prakashan (2011)