એકમ-1 ગણિતનો પ્રાથમિક પરિચય (Introduction ot Mathematics)

રૂપરેખા

1.0 ઉદ્દેશો
1.1 પ્રસ્તાવના
1.2 ગણિતનો ઈતિહાસ
1.3 આધુનિક યુગમાં ગણિત
1.4 ગણિત શાળાજ્ઞાનથી રોજિંદા વ્યવહાર સાથે
1.5 ગણક્રિયાનો અને સમીકરણનો પરિચય
1.6 આંકડાશાસ્ત્રનું મહત્ત્વ
1.7 સુરેખ આયોજનનો પરિચય
1.8 શ્રેણી અને શ્રેઢી
1.9 કલનશાસ્ત્ર
1.10 શ્રેણિક
1.11 સારાંશ
1.12 ચાવીરૂપ શબ્દો
1.13 તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1.0 ઉદ્દેશો

આ એકમ શીખ્યા પછી તમે

- ગણિતના ઈતિહાસ વિશે જાણી શકશો.
- ગણિતની જુદી-જુદી શાખાઓનો ખ્યાલ મેળવશો.
- ગણિતમાં ગણિતશાસ્ત્રીઓના યોગદાન વિશે જાણકારી મેળવશો.
- અંકગણિત અને ગણિતશાસ્ત્રનો સંબંધ વિશે જાણકારી મેળવશો.

1.1 પ્રસ્તાવના

આ એકમનો મૂળભૂત હેતુ ગણિત વિશે તમે ખૂબ સારી રીતે જાણકારી મેળવીને તેના આપને ઉપયોગી થતા જુદાં-જુદાં પ્રકરણોનું મહત્વ સમજીને તેના સિદ્ધાંતો તથા તેના વ્યવહારુ વિકાસ સમજી શકશો.

ગણિત એ વિજ્ઞાન છે, જે જુદા-જુદા તર્કો, ગણતરી પર આધારિત છે. ગણિત આપણી આજુ-બાજુ બધે જ છે. જે આપણી જીવન જરૂરિયાતની બધી જ વસ્તુઓ જેવી કે મોબાઈલ, આર્કિટેક્ચર (ઐતિહાસિક અને આધુનિક), કલા, રૂપિયા, એન્જિનિયરિંગ અને ખેલકૂદ બધામાં જ વપરાય છે.

ચાઈના, ભારત, ઈજીપ્ત, અમેરિકા વગેરેના ગણિતશાસ્ત્રીઓનો આજનું ગણિત જે આપણે ભણીએ છીએ તે બનાવવામાં સિંહફાળો છે.

આજના સમયમાં દરેક અર્થશાસ્ત્રના વિદ્યાર્થીઓને ગણિતનું જ્ઞાન હોવું ખૂબ જ જરૂરી છે જ્યારે એક કે બે ચલ સાથે અભ્યાસ કરવો હોય તો ગણિતના ઉપયોગ વગર થઈ શકે પણ જ્યારે ઘણા બધા ચલોનો સાથે અભ્યાસ કરવો હોય તો ગાણિતિક મોડેલનો ઉપયોગ કરવો હિતાવહ છે.

દા.ત. કોઈ સરકારમાં ખૂબ જ મોટા પાયા પર કોઈ સરકારી વસાહત બનાવવી હોય તો તે માટે કઈ રીતે કામ કરવું ? કેટલા લોકોને નોકરી પર રાખવા, વધુમાં નવા મકાનો બનાવવા માટે ઈંટ, લોખંડ, સિમેન્ટ, લાકડું, ગ્લાસ અને ઘણું બધું બિલ્ડીંગ બનાવવાનું મટીરીયલ જોઈશે, તે બધું ક્યાંથી લેવું, કેટલું લેવું ઘણા બધા પ્રશ્નો ઉદ્ભવે છે. કેટલા રૂપિયાનું રોકાણ જોઈશે ? કોણ તે મકાનો ખરીદશે ? બધો સામાન ક્યાંથી ખરીદવો વગેરે... બધા જ પ્રશ્નોના સમાધાન માટે જુદા-જુદા ગાણિતિક મોડેલ બનાવી શકાય છે અને તેના ઉપયોગથી પ્રશ્નોના વૈજ્ઞાનિક જવાબો મેળવી શકાય છે.

આમ ગણિત એ ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

1.2 ગણિતનો ઈતિહાસ

ગણિતશાસ્ત્રનો ઈતિહાસ આ નામ જ ખૂબ રસપ્રદ છે. ગણિતશાસ્ત્ર શબ્દ એટલે કે મેથેમેટીક્સ તે ગ્રીક શબ્દ પરથી આવ્યો છે. તેનો અર્થ ‘જે શીખવવામાં આવે છે તે’, ‘જેની કોઈ માહિતી મેળવે છે તે’. ‘અભ્યાસ’, ‘વિજ્ઞાન’ જેવા અર્થ પ્રાચીન સમયમાં થયા છે.

ગણિત એક એવો નિયમ છે જેની વ્યાપકતા છે. દરેક વર્ગના લોકો પોતાના જીવનમાં જુદી-જુદી રીતે તેનો ઉપયોગ કરે છે. પછી તે જંગલમાં રહેનાર લોકો હોય કે શહેરમાં રહેનાર શિષ્ટ માનવવર્ગ હોય.

આધુનિક ગણિતના ચાર મુખ્ય અંગ છે.

- શુદ્ધ ગણિત (Pure Maths)
- પ્રયોજિત ગણિત (Applied Maths)
- જ્યોતિષ (Astronomy)
- આંકડાકીય (Statistic)

આમાં પ્રયોજિત ગણિત એ ભૌતિકશાસ્ત્રની સાથે ખભે ખભો મેળવીને ચાલે છે. એટલે જ કદાચ પ્રાચીનકાળમાં ‘કાર્લ ફેડરિક ગોસે, ગણિતશાસ્ત્રને, ‘વિજ્ઞાન જગતની રાણી’ કહ્યું છે.’

આખા વિશ્વમાં કુદરતી વિજ્ઞાન, તંત્રવિદ્યા, તબીબવિદ્યા, નાણાશાસ્ત્ર, સમાજવિદ્યા જેવા ક્ષેત્રોમાં ગણિતશાસ્ત્રસ્ત્રને એક જરૂરી સાધન તરીકે વાપરવામાં આવે છે.

ઐતિહાસિક વિગતો પરથી એવું જાણવા મળ્યું છે કે મુખ્ય ભણવાના વિષયોમાં ગણિતનો પ્રયોગ કરવો પડતો હતો. જેમ કે વ્યાપાર, વાણિજ્ય, જમીનની માપણી, ખગોળશાસ્ત્ર વગેરે. આ બધી જરૂરિયાતોને લીધે ગણિતનો વિકાસ થયો.

પ્રાચીન સમયમાં વિવિધ સંદર્ભોમાં પ્રથમ વખત ભારતીય ગણિતજ્ઞો જેમ કે આર્યભટ્ટે વિશ્વને શૂન્યની ભેટ આપી. આ ઉપરાંત બીજગણિત, પ્રમેયો, સંખ્યાઓના વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ વગેરેનો ઉપયોગ કર્યાનો ઉલ્લેખ છે. જેને આપણે અને વિશ્વના દેશો “વૈદિક ગણિત” તરીકે કોલેજો અને યુનિવર્સિટીમાં શીખવે છે.

આધુનિક યુગમાં માનવી જે કમ્પ્યૂટરનો ઉપયોગ કરે છે તેનું પણ 'લોજીક' બાયનરી (દ્વિ અંકી) અને decimal (દશઅંકી) ગણતરી ગણિતને જ આભારી છે.

ગણિતનો વિકાસ અને ઉપયોગ દિવસે દિવસે વધતો ગયો અને નવી નવી સંખ્યાઓ વપરાશમાં આવતી ગઈ જેમ કે,

પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ (1, 2, 3,—)

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ (—(-1), 0, 1,—)

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ ($1/2, 3/2$, 0.125)

વાસ્તવિક સંખ્યાઓ (π, e, $\sqrt{2}$,—)

સંકર સંખ્યાઓ (i, 3i+2, $e^{i\pi}$, _)

આ બધી સંખ્યાઓનો સમૂહ એટલે કે ગણ જેના વિશે આપણે અભ્યાસ કરીશું.

પ્રખ્યાત ગણિતશાસ્ત્રીઓએ પ્રાકૃતિક સૌંદર્ય ફિબોનાકી શ્રેણી (ફિબોનાકી સીરીઝ)થી શરૂ કરી અને બ્રહ્માંડની ગણતરીઓ માટે ગણિતના અનેક પરિણામો આપણને આપ્યા છે.

1.3 આધુનિક યુગમાં ગણિત

ગણિતના કારણે જિંદગીના દરેક પળની સુંદરતા વધારવા આપણે ખૂબ જ માપપૂર્વક અને ચોકસાઈપૂર્વક કાર્ય કરી શકીએ છીએ. જેમકે કોઈપણ સુંદર ઈમારત બાંધવા વિજ્ઞાનની સાથે ગણિત પણ ખૂબ જ જરૂરી છે. ગણિત એ સમજણપૂર્વક ભણવું ખૂબ જ અગત્યનું છે. એટલે જ કહ્યું છે કે,

"Mathematics is not about numbers, equations, computations, or Algorithms : It is about understanding."

- William Paul Thurston

"The only way to learn Mathematics is to do mathematics"

- Paul HLsmos

ગણિતની અલગ-અલગ ઘણી બધી શાખાઓ છે. જેમકે,

- અંકગણિત (Statistics)
- બીજગણિત (Alegebra)
- ભૂમિતિ (Geometry)
- પૃથક્કરણ (Analysis)

આ બધી શાખાઓનો પણ દિવસે-દિવસે ઉપયોગ વધતો જાય છે. શરૂઆતમાં બાળકને ગણિત સાથે પરિચય કરાવવા માટે શાળામાં શિક્ષકો મણકા ઘોડીનો પ્રયોગ કરતાં, જેનાથી બાળકને અંક શીખવવાની શરૂઆત કરવામાં આવતી.

આજના આધુનિક યુગમાં બાળક વધારે ને વધારે યાંત્રિક સાધનોનો ઉપયોગ કરતો થયો છે, પણ આજે મૂળ અંકો ત્યાં ને ત્યાં જ છે, શીખવવાની પદ્ધતિ બદલતી રહે છે. કોઈપણ ક્ષેત્રની ચર્ચા કરીએ ત્યાં મૂળ પાયામાં તો ગણિત રહેલું છે.

આજના વૈજ્ઞાનિક, ઈજનેર કે પછી મોટી-મોટી કંપનીના C.E.O. પણ પૃથક્કરણ કે તારણ માટે ગણિતની જ શાખાઓનો ઉપયોગ કરે છે. જેમકે, આજે Weather forecasting,

Match Analysis (Sports Like Cricket, football T.T. etc.), Population Counting વગેરેમાં ગણિતની સાથે અંકગણિતનો પણ ઉપયોગ વધ્યો છે.

વર્ષો પહેલાં માનવી શાળાએ જઈને અભ્યાસ ન કરતો હતો ત્યારે પણ તે ગણતરી કરીને જ તેનો જીવન વ્યવહાર ચલાવતો હતો. તેનું એક પ્રચલિત ઉદાહણ છે.Stone-Goat (પથ્થર-બકરી) Ex. જ્યારે માનવી પહેલાંના સમયમાં બકરીઓને ચરાવવા લઈ જતો ત્યારે એક થેલો સાથે રાખતો, જેમ ઘરમાંથી એક બકરીને બહાર કાઢે - થેલામાં એક પથ્થર મૂકતો, બીજી બકરી માટે બીજો પથ્થર... આમ જેટલી બકરીઓને ચરાવવા લઈ જાય તેટલાં પથ્થર થેલામાં મૂકે અને જ્યારે સાંજે ઘરે પાછી ફરે ત્યારે બકરી એક પછી એક ઘરમાં કે વાડામાં દાખલ થાય તેમ એક એક પથ્થર થેલાંની બહાર કાઢતો જાય. જો અંતે થેલામાં એક પણ પથ્થર બાકી ન રહે તો બધી બકરીઓઓ પાછી આવી ગઈ તેમ સમજતો અને જો થેલામાં પથ્થર બાકી રહે તો તે બકરીને શોધવા પાછો જતો. તેને ગણિતનો કોઈ ખ્યાલ ન હતો પણ પોતાનો વ્યવહાર ચલાવવા આ તરકીબ અપનાવતા હતા.

1.4 ગણિત શાળાજ્ઞાનથી રોજિંદા વ્યવહાર સાથે

ગણિતની શરૂઆત સંખ્યાજ્ઞાનથી થાય છે. આ બધી જ સંખ્યાઓનો સમૂહ એટલે કે 'ગણ' (set) તરીકે ઓળખાય છે. રોજિંદા વ્યવહારમાં જોઈએ કે પછી ગણિતના કોઈપણ ક્ષેત્રમાં જથ્થો સમૂહ એટલે કે ગણ તેનું અલગ મહત્વ અને જરૂરિયાત છે. જ્યોર્જ કેન્ટરે ગણ પદ્ધતિની મહત્વની શોધ કરી. ગણિતમાં ગણક્રિયાઓ અને ગણ સિદ્ધાંત ખૂબ જ મહત્વના છે. આપણે સંભાવનાથી પરિચિત છીએ. સંભાવનાનો પાયો જ ગણસિદ્ધાંત પર રહેલો છે.ગણ, શબ્દથી આપણે શાળાના અભ્યાસથી જ પરિચિત છીએ. ગણની કોઈ વ્યાખ્યા આપી શકાતી નથી. પણ 'સુનિશ્ચિત વસ્તુઓના સમૂહને ગણ કરે છે'. તેને { }ની અંદર દર્શાવવામાં આવે છે અને A, B, C, P, Q, R..... વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ગણ ઉપરની ઘણી બધી ક્રિયાઓ વેનઆકૃતિ પરથી સહેલાઈથી સમજી શકાય છે. જે આપણે આગળ આ પુસ્તકમાં અભ્યાસ કરીશું.

ગણ સિદ્ધાંત એ રોજિંદી જિંદગી સાથે પણ એટલો જ ઉપયોગી છે. આપણે અલગ અલગ જગ્યાએ તેની જરૂર પડે છે. જેવીકે, રસોડાની ગોઠવણીમાં, બાળકના દફતરની ગોઠવણીમાં, મોબાઈલમાં અલગ-અલગ ફોલ્ડરની ગોઠવણી, શાળાના નિયમની બુકમાં, પુસ્તકાલયમાં, લેપટોપમાં ફોલ્ડરની ગોઠવણીમાં, બ્રહ્માંડની ગોઠવણીમાં .... વગેરે. આ ઉપરાંત ઉચ્ચ અભ્યાસમાં પણ ગણનું અનેરું મહત્વ છે. જેમકે, બુલિયન બીજગણિતનો ઉપયોગ આપણે ડિઝીટલ ઈલેક્ટ્રોનીક્સ સરકીટની ડીઝાઈન માટે કરીએ છીએ. આવા તો અનેક ઉદાહરણો આપી શકાય. ગણ સિદ્ધાંત એ સંભાવના ઉપરાંત ટોપોલોજીનો પણ પાયો છે.

વિજ્ઞાન અને વાણિજ્ય દરેક ક્ષેત્રમાં ગણ સિદ્ધાંતનું અનેરું મહત્વ છે. વાણિજ્યના દરેક ઘટકને ઓછામાં ઓછા એક ગણ સાથે સંબંધ છે જેવા કે એકાઉન્ટિંગ, મેનેજમેન્ટ, ઓપરેશન્સ, ઉત્પાદન અને વેચાણ વગેરે.

1.5 ગણક્રિયાનો અને સમીકરણનો પરિચય

ગણ સિદ્ધાંત એ ગાણિતિક તર્કશાસ્ત્રનો એક ભાગ છે. જે સાદી ભાષામાં કહીએ તો કોઈપણ વસ્તુઓના સમૂહને ગણથી દર્શાવી શકાય. આ ગણ સિદ્ધાંત પર બાયનરી ઓપરેશન્સ આધાર રાખે છે. જે આજના યુગની જરૂરિયાત કમ્પ્યૂટર માટે ખૂબ જ જરૂરી છે. ગણિતની ભાષામાં એવું કહી શકાય કે, ગણસિદ્ધાંત શીખવો એટલે કોઈપણ ક્ષેત્રમાં સામાન્ય ભાષાનો અભ્યાસ...

ગણિતમાં સમીકરણ પણ ખૂબ જ ઉપયોગી છે. જો સમીકરણ ના બન્યાં હોત તો ઘણી બધી સમસ્યાઓનું સમાધાન ન કરી શકાત. એક ચલ સમીકરણ, દ્વિઘાત સમીકરણ વગેરે ખૂબ જ ઉપયોગી છે. ગણિતની દરેક શાખામાં સમીકરણનું આગવું સ્થાન છે, પછી તે આંકડાશાસ્ત્ર હોય કે, સંખ્યાત્મક વિશ્લેષણ કે પછી અત્યારના કોઈપણ પ્રાયોગિક અભિગમ માટે સમીકરણ ખૂબ જરૂરી છે. જો ગણિતમાં અજ્ઞાત સંખ્યા ‘x’ની શોધ ન થઈ હોત તો ગણિત સમજવું ખૂબ મુશ્કેલ બનત. ‘x the unknown’ આ નામનું એક અંગ્રેજી ચલચિત્ર પણ છે કે જે ‘Science fiction horror film હતી. આપણે જે 2D-Geometryનો અભ્યાસ કરીએ છીએ તેમાં પણ x-અક્ષનું સમીકરણ y=0 અને y અક્ષનું સમીકરણ x=0 જરૂરી છે. સમીકરણ પર જ ગણિતશાસ્ત્રની દરેક શાખાનો આધાર છે.

1.6 આંકડાશાસ્ત્રનું મહત્ત્વ

ગણિતશાસ્ત્રની સાથે આંકડાશાસ્ત્રનું પણ આગવું મહત્વ છે. આંકડાશાસ્ત્રનું નામ સાંભળતા જ સંભાવના શબ્દ તરત યાદ આવે. સંભાવના પહેલાના સમયથી ઉપયોગમાં લેવાય છે, પણ આધુનિક દુનિયામાં પણ સંભાવના લગભગ દરેક ક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ એક આંકડાશાસ્ત્રનું અંગ છે. સંભાવના સારી રીતે સમજવા માટે ગણસિદ્ધાંત ખૂબજ આવશ્યક છે. કોઈપણ ક્ષેત્રમાં Analysis(વિશ્લેષણ) માટે આંકડાશાસ્ત્રમાં મધ્યક, વિચલન, સંભાવના, અનેક રીસર્ચ (સંશોધન)માં ભાગ ભજવતી t-test, F-test, Anova test વગેરે... આવશ્યક છે.

જીવનના દરેક ક્ષણે આંકડાશાસ્ત્ર ઉપયોગી છે.ગર્ભમાંના બાળકના દરેક અવયવના વિકાસ માટે, કે અત્યારની પેઢીમાં ચાલતા diet planના measurement હોય કે પછી દરેક રમતમાં એક એક Microsecondના Analysis આંકડાશાસ્ત્ર વગર લગભગ અસંભવ છે એમ પણ કહીએ તો તેમાં અતિશયોક્તિ નથી.

સર વિલિયમ-પેટ્ટી (Willim-Petty) કે જેમણે 17મી સદીના અર્થશાસ્ત્રીએ demographic dataનું પૃથક્કરણ કરવા Methodsનો ઉપયોગ કર્યો હતો. કાર્લ પિયર્સન કે જેમણે આપણનેMathematical Stat.ની ભેટ આપી. દુનિયાના દરેક ગણિતશાસ્ત્રી, આંકડાશાસ્ત્રી અને અર્થશાસ્ત્રીઓનું અનેરું યોગદાન છે.કાર્લ પિયર્સને ST.Lypo. testing theory, x^2-Testની પણ આપણને ભેટ આપી. જે અત્યારે ગણિતશાસ્ત્ર અને આંકડાશાસ્ત્રની શાખાઓની સાથે વિજ્ઞાનની પણ આધુનિક શાખાઓ બાયોટેકનોલોજી અને નેનોટેકનોલોજીમાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

આંકડાશાસ્ત્રનો (Theoretical)સૈદ્ધાંતિક વિકાસ 17મી સદીના મધ્યમાં થયો હતો અને ત્યારે જ સંભાવના પદ્ધતિ અને ગેમ થિયરી(રમત સિદ્ધાંત)ની માહિતી આપવામાં આવી. ફ્રાન્સીસ ગેલ્ટન (1822-1921) કે જેમણે આંકડાશાસ્ત્રની રીતનો ઉપયોગ બાયોમેટ્રી (જીવમિતિ)ના ક્ષેત્રમાં કર્યો.

આંકડાશાસ્ત્ર (Statistics)શબ્દ લેટીન શબ્દ ‘Status’ એટલે કે હોદ્દો તે પરથી આવ્યો છે અને ઈટાલિયન ભાષામાં તે ‘Statista’ શબ્દ તરીકે તેમજ જર્મન ભાષામાં અને ફ્રેન્ચ ભાષામાં ‘Statistique’ તરીકે લેવામાં આવ્યો. અને આંકડાશાસ્ત્ર એટલે માહિતીનું એકત્રીકરણ કોઈપણ સમૂહ માટે કરવું. આ માહિતી બે પ્રકારની હોય છે. (1) પ્રાથમિક માહિતી (2) ગૌણ માહિતી.

આ માહિતી પરથી જ આપણે તેનું વર્ગીકરણ કરીને તેને એક કોષ્ટકના રૂપમાં કે પછી

આલેખીય રજૂઆત દ્વારા તેનું વિશ્લેષણ કરીએ છીએ. માહિતીનું એકત્રીકરણ બાદ જો તેનું યોગ્ય રીતે વર્ગીકરણ કરીને કોષ્ટકની મદદથી રજૂઆત કરીને જ તેનું યોગ્ય રીતે આલેખાત્મક રજૂઆત કે વિશ્લેષણ કરી શકાય. જે દરેક ક્ષેત્રમાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. માહિતીની રજૂઆત બે રીતે કરી શકાય (1) અવર્ગીકૃત (2) વર્ગીકૃત. અવર્ગીકૃત માહિતી કે જેમાં અવલોકનો પ્રમાણમાં ઓછા જોવા મળે છે. જ્યારે વર્ગીકૃત માહિતી કોઈપણ સમૂહને ધ્યાનમાં રાખીને લેવામાં આવે છે. જેમકે, શાળામાં ધોરણ-12ના વિદ્યાર્થીઓના આંકડાશાસ્ત્ર વિષયમાં મેળવેલ ગુણ તો તેનો વિસ્તાર નક્કી કરવો પડે છે. વિસ્તાર એટલે કે માહિતીના અવલોકનોમાં સૌથી નાનું અવલોકન અનુ સૌથી મોટા અવલોકનનો તફાવત.

વર્ગીકૃત માહિતીમાં કોષ્ટક બનાવવામાં આવે છે. જેમાં વર્ગ અને આવૃત્તિ હોય છે. વર્ગ એટલે 0-10, 10-20, 20-30……..આના તફાવતને વર્ગલંબાઈ કહે છે. આ વર્ગમાં જેટલા અવલોકનોનો સમાવેશ થતો હોય તેને તેની આવૃત્તિ કહેવામાં આવે છે. આ માહિતીને આપણે સ્તંભ આલેખથી પણ દર્શાવી શકીએ છીએ.

આંકડાશાસ્ત્રમાં મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપ મધ્યક, મધ્યસ્થ, બહુલક, સરેરાશ વિચલન છે. જે માહિતીનું આંકડાકીય વિશ્લેષણ દર્શાવે છે. આ આપણે ઘણા બધા ઉદાહરણો રોજબરોજની જિંદગીમાં જોઈએ છીએ. જેમકે, કોઈ પરીક્ષામાં વિદ્યાર્થીએ મેળવેલ સરેરાશ ગુણ, વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ ઊંચાઈ, રાજ્યમાં સ્ત્રી-પુરુષનો સરેરાશ સંખ્યાદર વગેરે… આ દરેક આપણે મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપ દ્વારા મેળવી શકીએ છીએ. આ આંકડાકીય વિશ્લેષણ અત્યારે વાણિજ્યની સાથે વિજ્ઞાન તેમજ સંશોધનના ક્ષેત્રમાં પણ ખૂબ જ મદદરૂપ છે.

આજના યુગમાં સરખામણી દરેક ક્ષેત્રમાં જોવા મળે છે. વિશ્લેષણ વગર શક્ય નથી. તેથી આજકાલ લોકો Online ખરીદી માટે પણ સરખામણી કરે છે. આ દરેક Parameter પરિમાણ માટે આંકડાશાસ્ત્ર ખૂબ જ મહત્વનું અંગ છે.

એ જ રીતે મધ્યસ્થ કોઈપણ માહિતીમાં આપણને સરેરાશ આપે છે પણ તે માહિતીના અવલોકનોને ચડતા કે ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવવામાં આવે છે. પછી તેની સરેરાશ આંકડાઓની ગોઠવણી પરથી શોધવામાં આવે છે.

બહુલક ખૂબ જ ઉપયોગી મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ છે. ધારો કે, ભારતના બજારમાં કોઈ મોટી કંપની કે પેઢી જેમકે બાટા (Bata)ને બૂટનું માપ કે જેની વધારે માંગ હોય અથવા કોઈ શર્ટ બનાવતી કંપનીને અત્યારની માંગ પ્રમાણે કયો શર્ટ બજારમાં વધારે ચાલશે તે જાણવા માટે બહુલક ઉપયોગી છે.

વિસ્તરણના માપ પરથી આપણને પ્રશ્નની પરિસ્થિતિનો ખ્યાલ આવે છે. વિસ્તરણ પરથી પ્રશ્નનું વિશ્લેષણ ખૂબ સારી રીતે સમજી શકાય છે. જેમકે, વિસ્તરણનું એક માપ જોઈએ તો વિસ્તાર (Range) કે જેના દ્વારા આપણે વિસ્તરણની સીમા નક્કી કરી શકીએ છીએ. વિસ્તરણના અલગ અલગ માપ વિશે આપણે આગળ અભ્યાસ કરીશું.

1.7 સુરેખ આયોજનનો પરિચય

હવે આપણે સુરેખ આયોજન વિશે થોડું જાણીએ તે પહેલા આ શબ્દને સમજીએ. 'સુરેખ' (linear) એટલે કે એક જ રેખા પર હોવું.આલેખની દૃષ્ટિએ સમજીએ તો કોઈપણ બે ચલનો આલેખ ત્યારે જ સુરેખ મળે જ્યારે તે બે ચલ વચ્ચેનો સંબંધ સુરેખ હોય એટલે કે એક ચલ વધે/ઘટે તો બીજો ચલ પણ વધે/ઘટે.

'આયોજન' શબ્દનો અર્થ કોઈપણ સમસ્યાના સમાધાન માટે યોગ્ય રીતે આયોજન કરીને ગાણિતિક પદ્ધતિથી મેળવી શકાય.

આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ આપણે રોજબરોજની જિંદગીમાં પ્રશ્નોના ઉકેલ મેળવવા કરીશું. જેમકે, કોઈ વેપારીને વેપાર ચાલુ કરવા માટે ઓછામાં ઓછા મૂડી રોકાણે વધુને વધુ નફો મેળવી શકાય. આ સાથે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ તો જ્યારે બજારમાં મંદીનો માહોલ હોય ત્યારે વેપારીને લઘુત્તમ ખોટ જાય. આવા બધા પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે સુરેખ આયોજનની શોધ ઈ.સ. 1939માં રશિયન ગણિતશાસ્ત્રી 'લિયોનીદ્ કાન્તોર્વિચ (Leonid Kantorvich)એ સૌ પ્રથમ ખ્યાલ આપ્યો. આ ઉપરાંત બીજા વિશ્વયુદ્ધ સમયે અમેરીકન હવાઈદળમાં સારસરંજામ પૂરો પાડવા માટેની પદ્ધતિનો વિકાસ જ્યોર્જ બી. ડેન્ટઝિંગ (George B. Dentzig) એ સુરેખ આયોજન દ્વારા કર્યો હતો. સુરેખ આયોજનના આવા પ્રશ્નોને આપણે ઈષ્ટતમપણાના પ્રશ્નો (optimization) કહીએ છીએ. જેમકે, મહત્તમ નફો, લઘુત્તમ ખર્ચ કે ઓછામાં ઓછું રોકાણ, સાધનોનો વપરાશ વગેરે...

આ રીતે આંકડાશાસ્ત્રના જુદાં-જુદાં પ્રકરણનો આપણે પદ્ધતિપૂર્વક અને ઊંડાઈપૂર્વક આગળ અભ્યાસ કરીશું. આંકડાશાસ્ત્રનો જુદાં-જુદાં ક્ષેત્રમાં દિવસે ને દિવસે ઉપયોગ વધતો જાય છે. રોજ નવા-નવા યાંત્રિક ઉપકરણો ચલનમાં આવતા જાય છે તેમજ રોજ વિજ્ઞાન, વાણિજ્ય, તબીબી વગેરે ક્ષેત્રે નવા નવા સંશોધનો થતાં જાય છે.આ બધામાં ક્યાંક ને ક્યાંક પદ્ધતિપૂર્વક આયોજન માટે કે સરખામણી માટે કે પછી વિશ્લેષણ માટે આંકડાશાસ્ત્રનું આગવું મહત્વ છે.

આજકાલ બાયોટેકનોલોજી અને નેનોટેકનોલોજી જેવી નવી શાખાઓમાં વિશ્લેષણ માટે આંકડાશાસ્ત્રની ઘણી બધી Test જેવી કે t-test, Z-test, F-test, Anova testનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

1.8 શ્રેણી અને શ્રેઢી

શ્રેણી આ શબ્દ સાંભળતાની સાથે ભાષા અને ગણિત બંનેમાં અલગ-અલગ વિચાર કરવો પડે. શબ્દ એક જ છે. પણ ભાષામાં કુદરતે ખૂબ જ સુંદર રીતે દરેક કુદરતી વસ્તુ શ્રેણીમાં આયોજનપૂર્વક ગોઠવેલ છે. જેમકે, ફૂલમાં પાંદડાંની ગોઠવણ, આકાશમાં આકાશગંગાની ગોઠવણ, શરીરમાં અંગોની ગોઠવણ વગેરે... આ આયોજનપૂર્વકની ગોઠવણના કારણે જ દુનિયા આપણને નયનરમ્ય લાગે છે. આ કુદરતી ગોઠવણ પરથી ગણિતશાસ્ત્રીઓએ ફિબોનાકી શ્રેણીની શોધ કરી. જે ઈટાલીના પ્રખ્યાત ગણિતશાસ્ત્રી ફિબોનાકીએ જગતને ભેટ આપી. આ શ્રેણીની સંખ્યાઓ ફિબોનાકી સંખ્યાઓ તરીકે ઓળખાય છે.

ફિબોનાકી સંખ્યાઓ જેવી કે1, 1, 2, 3, 5, 8,...

ગણિતશાસ્ત્રમાં શ્રેણી એટલે સંખ્યાઓને કોઈ ચોક્કસ સંબંધ સાથે ગોઠવણ કરવી. જેમકે,

એકી સંખ્યાઓ– 1, 3, 5, 7,....

બેકી સંખ્યાઓ– 2, 4, 6, 8, ...

પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ – 1,4,9,16,25,...

આ રીતે સંખ્યાઓ વચ્ચે કોઈ નિયત સંબંધ દર્શાવી શકાય તો આવી સંખ્યાઓને શ્રેણી

સ્વરૂપે લખી શકાય. અને આ જ સંખ્યાઓની શ્રેણીને સરવાળાની મદદથી લખવામાં આવે તો તે શ્રેઢી તરીકે ઓળખાય છે. જેમકે, 1+3+5+7+.... $= \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)$

1.9 કલનશાસ્ત્ર

આપણે અહીં કલનશાસ્ત્રને કેમ ભૂલી શકીએ? ગણિતશાસ્ત્રનો એક મહત્ત્વનો ભાગ કલનશાસ્ત્ર છે. કલનશાસ્ત્રની શોધના કારણે જ આપણે લક્ષ, વિકલન વગેરેની ભેટ આપણને મળી. કલનશાસ્ત્રમાં સર આઈઝેક ન્યૂટનનું મહત્ત્વનું યોગદાન છે. તમે કદાચ સાંભળ્યું હશે કે હવે માણસના મૃત્યુ પછી તેનું મૃત્યુ સચોટ કયા સમયે થયું હતું તે જાણવા વિકલનનો 'ન્યૂટનનો કૂલીંગનો નિયમ' (Newton's Law of cooling)નો ઉપયોગ થાય છે. જે માણસના શરીરના તાપમાનના ફેરફારના દર પરથી જાણી શકાય છે.

કલનશાસ્ત્રની શોધના કારણે આપણે ઝડપ, સમય, અંતર, વેગ, પ્રવેગ વગેરે રાશિઓની ગણતરી ખૂબ જ સહેલાઈથી કરીએ છીએ.ન્યૂટને જે ત્રણ નિયમો આપ્યા તે પણ વિશ્વને અજોડ ભેટ છે. ન્યૂટનના ત્રણ નિયમો પર ગણિતશાસ્ત્ર જ નહીં પણ ગાણિતિક ભૌતિક વિજ્ઞાન પણ આધારિત છે. આ સાથે જ ન્યૂટનના ગુરૂત્વાકર્ષણના નિયમને કેમ ભૂલી શકાય! લીબત્નીઝે પણ કલનશાસ્ત્રમાં મહત્વનું યોગદાન આપ્યું હતું. ગણિતમાં ફેરફારના દરને કારણે જે ગણિતનો આવિષ્કાર થયો તે કલનશાસ્ત્રની શોધ ન્યૂટન અને લીબત્નીઝના ફાળે જાય છે.

1.10 શ્રેણિક

શ્રેણિક વિશે વાત કરીએ તો તે સુરેખ બીજગણિતનો એક મહત્વનો ભાગ કહી શકાય. અલગ-અલગ ચલોનો એકસાથે ઉકેલ મેળવવા માટે સમીકરણ-સંહતિ શ્રેણિકથી જ ઉકેલી શકાય. શ્રેણિક એટલે હાર અને સ્તંભની ગોઠવણને એક કૌંસમાં આયોજનપૂર્વક દર્શાવવામાં આવે. શ્રેણિક (Matrix)અને નિશ્ચાયક (Determinant) બંને એકબીજા સાથે સંકળાયેલા છે.

શ્રેણિકઅને નિશ્ચાયક સમીકરણ-સંહતિનો ઉકેલ મેળવવા માટેની જુદી-જુદી ઘણી પદ્ધતિઓમાં ઉપયોગમાં આવે છે. શ્રેણિકનું વિશ્લેષણ કરી તેની મદદથી નવી-નવી રીતોનો ઉપયોગ વિજ્ઞાન ક્ષેત્રમાં જેમકે ઈજનેરી, ભૌતિકશાસ્ત્ર તેમજ સંભાવના અને આંકડાશાસ્ત્રમાં પણ શ્રેણિકની મદદથી સુરેખ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

1.11 સારાંશ

આમ, આ પુસ્તકમાં આપણે ગણિતશાસ્ત્રની અલગ-અલગ શાખાઓનો ખૂબજ ઊંડાણપૂર્વક અભ્યાસ કરીશું. ગણિતશાસ્ત્રનું આજના યુગમાં ખૂબ જ મહત્વનું સ્થાન છે. દરેક શાખા, વિજ્ઞાન, વાણિજ્ય, અર્થશાસ્ત્ર બધે જ ગણિતશાસ્ત્ર અને આંકડાશાસ્ત્ર વગર નિર્ણયો લેવા અશક્ય છે.વિશ્લેષણ અને સંશોધનની નવી નવી પદ્ધતિઓ આજના ઝડપી યુગમાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

1.12 ચાવીરૂપ શબ્દો

- **ગણિતશાસ્ત્ર :** ગણિતશાસ્ત્ર એ જથ્થા (સંખ્યાઓ), માળખાં, અવકાશ અને ફેરફારનો અભ્યાસ છે.
- **પ્રાયોજિત ગણિત :** પ્રાયોજિત ગણિત એ ગણિતની એ પદ્ધતિઓ સાથે સંબંધ ધરાવે છે. જે ખાસ તો વિજ્ઞાન, તંત્રવિદ્યા, વ્યાપારધંધા અને ઉદ્યોગોમાં વપરાય છે. આમ, પ્રાયોજિત ગણિત એટલે ખાસ જાતનું જ્ઞાન ધરાવતું ગણિતિય વિજ્ઞાન.

- **આંકડાકીય :** આંકડાઓ સાથે સંકળાયેલ વિશ્લેષણ એટલે આંકડાકીય.
- **આંકડાશાસ્ત્ર :** આંકડાશાસ્ત્ર એ વિજ્ઞાન છે જે આંકડાકીય માહિતીનું એકત્રીકરણ, પૃથક્કરણ અને અર્થઘટન કરે છે.
- **મધ્યવર્તી સ્થિતિ :** જુદાં જુદાં આવૃત્તિ વિતરણો માટે દોરેલા મોટા ભાગના આલેખોમાં આપણે એક સામાન્ય તરાહ જોઈ શકીએ કે ચલની કિંમતો કોઈ વિશિષ્ટ કેન્દ્રિય કિંમતની આસપાસ ચલની કિંમતો સંકલિત થાય છે. તે કિંમતને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ અથવા સરેરાશ કહે છે.
- **વિસ્તાર :** માહિતીના સૌથી મોટા અને નાનાં અવલોકનોના તફાવતને વિસ્તાર કહેવામાં આવે છે.
- **વિસ્તરણ :** વિસ્તરણ એટલે વૃદ્ધિ, વિસ્તાર કે પ્રસાર
- **સુરેખ આયોજન :** આ પ્રશ્ન એ એક કરતા વધુ ચલરાશિવાળા સુરેખ વિધેયને અમુક શરતોને આધીન ઈષ્ટતમ મૂલ્ય શોધવા સંબંધિત છે.
- **ગણસિદ્ધાંત :** ગણ એટલે ચોક્કસ પ્રકારનો સમૂહ અને આ ચોક્કસ પ્રકારના સમૂહને દર્શાવવાની પદ્ધતિને ગણસિદ્ધાંત કહે છે.
- **ફિબોનાકી શ્રેણી :** 0, 1, ,1 2, 3, 5, 8, 13...... આ શ્રેણી ફીબોનાકી શ્રેણી કહે છે. તેને Fn વડે દર્શાવવામાં આવે છે. $F_o = O$ & $F_1 = 1$ તો,

  $F_n = F_n + F_{n-2}, n - 1$
- **પૃથક્કરણ :** પૃથક્કરણ એટલે વિભાજન, વિચ્છેદ અને સરળ ભાષામાં અલગ કરવું તે.
- **અજ્ઞાત :** ગણિતની ભાષામાં અજ્ઞાત એટલે કે જે ચલની કિંમત આપણે જાણતા નથી.
- **દ્વિઘાત સમીકરણ :** જે સમીકરણની ઘાત બે હોય તેને દ્વિઘાત સમીકરણ કહેવાય છે. જેમ કે $x^2 - 5x + 6 = 0$
- **બુલિયન બીજગણિત :** બુલિયન બીજગણિત એ એક ગાણિતીય તર્ક છે. જેમાં કેવળ બે જ કિંમત હોય છે, સત્ય અને અસત્ય. કમ્પ્યૂટર સરળ અને જટિલ ને બુલિયન બીજગણિતનો ઉપયોગ કરીને કરે છે.
- **કલનશાસ્ત્ર :** કલનશાસ્ત્ર સતત થતા ફેરફારોની ગણના કરવા માટેની ગણિતની એક શાખા છે.
- **વિકલન :** વિકલન એ કલનશાસ્ત્રનો એક ભાગ છે. કોઈપણ જથ્થામાં ફેરફારનો દર શોધવા માટે વિકલન ઉપયોગી છે. જેમ કે, ઝડપ, વેગ, પ્રવેગ વગેરે.

1.13 તમારી પ્રગતિ ચકાસો

- **હેતુલક્ષી પ્રશ્નો**

1. ગણિત શબ્દનો અર્થ શું છે ?
2. આધુનિક ગણિતના મુખ્ય અંગ કેટલા અને કયા-કયા છે ?
3. ગણિતશાસ્ત્રનો ઉપયોગ કયા-કયા ક્ષેત્રોમાં થાય છે ?
4. ગણ તે કઈ-કઈ સંખ્યાઓનો સમૂહ છે ?

5. પ્રાચીન કાળમાં ગણિતનું પ્રખ્યાત ઉદાહરણ કયું છે ?

6. ગણિતનો ઉપયોગ રોજિંદા વ્યવહારમાં જણાવો.

7. આંકડાશાસ્ત્ર શબ્દ શેના પરથી આવ્યો છે ?

8. માહિતીના બે પ્રકાર જણાવો.

9. મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપ જણાવો.

10. સુરેખ આયોજન એટલે શું ?

11. ફિબોનાકી સંખ્યાઓનું ઉદાહરણ આપો.

12. માણસના મૃત્યુનો સમય જાણવા કયા નિયમનો ઉપયોગ થાય છે ?

- **સવિસ્તર પ્રશ્નો**

1. ગણિતશાસ્ત્રનો ઇતિહાસ જણાવો.

2. ગણિતશાસ્ત્રમાં ગણિતશાસ્ત્રીઓના યોગદાન વિશે વિસ્તારથી લખો.

3. આંકડાશાસ્ત્રનો પરિચય આપો.

4. ગણિતશાસ્ત્રની ઉપયોગિતા પ્રાચીનકાળમાં તેમજ આધુનિક યુગમાં શું છે ?

5. ગણિતશાસ્ત્રમાં કલનશાસ્ત્રનું મહત્ત્વ જણાવો.

6. ગણક્રિયા અને સમીકરણ વિશે નોંધ લખો.

7. 'ગણિતશાસ્ત્રની દરેક શોધ શાથી અગત્યની છે?' તેના વિશે નોંધ લખો.

8. આધુનિક યુગમાં ગણિતનું મહત્વ સમજાવો.

- **ટૂંકનોંધ**

1. ગણિતશાસ્ત્રની કોઈપણ ત્રણ શાખા પર નોંધ લખો.

2. ગણિતમાં ગણિતશાસ્ત્રીઓનો ફાળો તે પર વિસ્તારથી નોંધ લખો.

3. 'ગણિત વગર જીવન શક્ય નથી' તે પર તમારા સકારાત્મક વિચારો જણાવો.

4. ગણિતનો ઇતિહાસ જણાવો.

5. ગણિતમાં આંકડાશાસ્ત્રનું મહત્ત્વ સમજાવો.

- **ખાલી જગ્યા પૂરો.**

1) ગણિતશાસ્ત્ર શબ્દ તે __________ શબ્દ પરથી આવ્યો છે.

2) શરૂઆતમાં શાળામાં શિક્ષકો ગણિત શીખવવા __________નો ઉપયોગ કરતા.

3) સુનિશ્ચિત વસ્તુઓના સમૂહને __________ કહે છે.

4) __________ એ ગાણિતિક તર્કશાસ્ત્રનો એક ભાગ છે.

5) x એ__________ સંખ્યા છે.

6) બહુલકનો ઉપયોગ __________ અને __________ તેના માટે થાય છે.

7) __________ એટલે એક જ રેખા પર હોવું.

8) ફૂલમાં પાંદડાની ગોઠવણ __________ શ્રેણીના લીધે છે.

જવાબ :

(1) મેથેમેટિક્સ

(2) મણકા ઘોડી

(3) ગણ

(4) ગણસિદ્ધાંત

(5) અજ્ઞાત

(6) બૂટનું માપ, અત્યારની માંગ પ્રમાણે કયો શર્ટ વધારે ચાલશે

(7) સુરેખ

(8) ફિબોનાકી