એકમ-15 નિદર્શનના પ્રકારો

રૂપરેખા

15.0 ઉદ્દેશો

15.1 પ્રાસ્તાવિક

15.2 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન

15.2.1 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ લેવાની રીતો

A. લોટરીની રીત

B. યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટકની રીત

C. કમ્પ્યૂટરના ઉપયોગની રીત

15.2.2 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શના ગુણધર્મો

15.2.3 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શના ફાયદાઓ

15.2.4 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શની મર્યાદાઓ

15.2.4 કેટલાંક સંકેતો અને પરિણામો

15.2.6 ઉદાહરણો

15.3 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન

15.3.1 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનના ફાયદા

15.3.1 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનની મર્યાદાઓ

15.3.3 કેટલાંક સંકેતો અને પરિણામો

15.3.4 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શમાં પ્રમાણસર ફાળવણી

15.3.5 ઉદાહરણો

15.4 પદિક નિદર્શન

15.4.1 પદિક નિદર્શનના ફાયદા

15.4.2 પદિક નિદર્શનની મર્યાદાઓ

15.4.3 કેટલાંક સંકેતો અને પરિણામો

15.4.4 ઉદાહરણો

15.5 નિદર્શ તપાસનું આયોજન

15.6 ચાવીરૂપ શબ્દો

15.7 તમારી પ્રગતિ ચકાસો

15.8 સંદર્ભગ્રંથ

15.0 ઉદ્દેશો :

- સંભાવના નિદર્શન પદ્ધતિઓનો વિગતે ખ્યાલ મેળવવો.

- આ પદ્ધતિઓની વ્યવહારમાં ઉપયોગિતા સમજવી.
- સમષ્ટિ સમાંગ કે વિષમાંગ હોય તે તેના અંગે નિર્ણય લઈ યોગ્ય પદ્ધતિની પસંદગી અંગે સમજ મેળવવી.
- નિદર્શોની સંખ્યાની યાદી બનાવવા માટેની સમજ કેળવવી.
- આંકડાશાસ્ત્રીય માણોનો ઉપયોગ કરી પરિણામો ચકાસવા.
- જુદી જુદી નિદર્શન પદ્ધતિઓની સમજથી સમષ્ટિ વિશે સચોટ અને વિશ્વસનીય અનુમાનો મેળવી શકશો.

15.1 પ્રાસ્તાવિક :

જે નિદર્શન પદ્ધતિમાં સમષ્ટિના પ્રત્યેક એકમ માટે નિદર્શમાં પસંદ થવાની પૂર્વનિર્ધારિત ચોક્કસ સંભાવના નિશ્ચિત હોય તો તે નિદર્શન પદ્ધતિને સંભાવના આધારિત નિદર્શન કહે છે. નિદર્શ તપાસ માટે મોટેભાગે વ્યવહારમાં આવી નિદર્શન પદ્ધતિઓનો જ ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. જેમ કે જ્યારે સમષ્ટિના એકમો સમાન ગુણધર્મવાળા હોય ત્યારે સરળ યાદચ્છિક દ્વારા જ્યારે સમષ્ટિના એકમો સમાન ગુણધર્મવાળા ન હોય ત્યારે સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન દ્વારા અને સમષ્ટિના એકમોની માહિતીની સંપૂર્ણયાદી તૈયાર હોય ત્યારે પદિક નિદર્શનના ઉપયોગ દ્વારા પ્રતિનિરૂપ નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે અને સમષ્ટિઅંગે વધારે સચોટ વિશ્વસનીય પરિણામોનું અનુમાન મેળવી શકાય છે.

નિદર્શનો મુખ્ય ઉદ્દેશ સમષ્ટિમાંથી પસંદ કરેલ નિદર્શના અભ્યાસ પરથી સમષ્ટિની ખાસિયતો વિશે તારણો મેળવવાનો હોય છે. નિદર્શ એકમો પરથી મળતા સંખ્યાત્મક પરિણામોના આધારે મેળવેલ વિવિધ માપ જેવા કે મધ્યક, મધ્યસ્થ, પ્રમાણિત વિચલન, વિચરણ, વિષમતાંક વગેરેને સંખ્યાત્મક ચલના નિદર્શ આગણકો (Sample statistic) કહે છે. જ્યારે સમષ્ટિ માટેનાં આ બધાં જ માપોને પ્રચલો (Paramenters) કહેવામાં આવે છે. નિદર્શન પદ્ધતિમાં બે અંગો હોઈ છે. (1) નિદર્શ પસંદગીની પ્રક્રિયા (2) આગણન પ્રક્રિયા. નિદર્શ પસંદગીની પ્રક્રિયા સમષ્ટિમાંથી નિદર્શ પસંદગીના નિયમો અને તેમની સંભાવનાને નિર્દેશ કહે છે, જ્યારે આગણન પ્રક્રિયા નિદર્શના એકમોમાંથી મેળવેલ માહિતી પરથી પ્રાચલોના આગણકો મેળવવાની આંકડાશાસ્ત્રીય પદ્ધતિનો નિર્દેશ કરે છે.

15.2 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન (Simple Random Sampling) :

આ પદ્ધતિમાં સમષ્ટિના પ્રત્યેક એકમને નિદર્શમાં પ્રવેશવાની કે પસંદ થવાની સમાન તક (equal chance)આપવામાં આવે છે. સમાનતક આપીને મેળવવામાં આવતા નિદર્શને યાદચ્છિક નિદર્શ અથવા સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ કહેવાય છે. એકમોની પસંદગી સંપૂર્ણરીતે સંભાવના પર આધારિત હોય છે તેથી યદચ્છ નિદર્શને સંભાવના નિદર્શ પણ કહેવામાં આવે છે. આ નિદર્શ પરથી સમષ્ટિના ગુણધર્મોપારખવાની પદ્ધતિ કે સમષ્ટિ વિશે તારણો મેળવવાની પદ્ધતિને સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન પદ્ધતિ કહે છે. દા.ત. શરીરના લોહીના ગુણધર્મો વિશે અનુમાન કરવા માટે શરીરમાંના લોહીના બે-ચાર ટીંપા એ યદચ્છ નિદર્શ છે, અને તેની તપાસ કરી અનુમાનો કરવાની પદ્ધતિ સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન પદ્ધતિ છે. આ પદ્ધતિમાં કોઈપણ એકમ પરત્વે પૂર્વગ્રહ કે પક્ષપાતને કોઈ સ્થાન હોતું નથી, દરેક એકમની પસંદગી નિરપેક્ષ કે સ્વતંત્ર રીતે કરવામાં આવે છે. એટલે કે એક એકમની પસંદગી કે નાપસંદગી બીજા એકમની પસંદગી કે નાપસંદગી પર આધાર રાખતી નથી. લગભગ સમાન ગુણધર્મો ધરાવતી સમષ્ટિમાંથી

લીધેલો યદચ્છ નિદર્શ આ પદ્ધતિ વડે ઉત્તમ પરિણામો આપે છે. આ પદ્ધતિમાં નિદર્શ કદ સમષ્ટિના કદના પ્રમાણમાં લેવામાં આવે એ બાબતનું ધ્યાન રાખવામાં આવે છે.

15.2.1 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ લેવાની રીતો (Methods of drawing random sample) :

સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ પસંદ કરવાની ઘણી બધી રીતો પૈકી મુખ્ય ત્રણ રીતોની અહીં આપણે ચર્ચા કરીશું.

A. લોટરીની રીત (Lottery Method) :

આ રીતમાં સમષ્ટિના પ્રત્યેક એકમને પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના ક્રમ કે નંબર અથવા નામ આપવામાં આવે છે. ત્યારબાદ દરેક નંબર અથવા નામની એક ચિઠ્ઠી બનાવવામાં આવે છે. આ રીતે બનાવેલી ચિઠ્ઠીઓનો રંગ, આકાર, કદ વગેરે સમાન રાખવામાં આવે છે. તેથી ચિઠ્ઠીઓ પસંદ કરતી વખતે પૂર્વગ્રહ કે પક્ષપાતને અવકાશ રહે નહીં. આ બધી ચિઠ્ઠીઓને સારી રીતે એક પાત્રમાં ભેળવવામાં આવે છે. તેમાંથી જેટલાં એકમોનો નિદર્શ પસંદ કરવાનો હોય તેટલી ચિઠ્ઠીઓ હાથથી અથવા યંત્રના ઉપયોગથી લેવામાં આવે છે, આ પસંદ થયેલી ચિઠ્ઠીઓમાંના નામ અથવા ક્રમવાળા એકમોથી યાદચ્છિક નિદર્શની રચના થાય છે. આ પ્રકારે નિદર્શ પસંદ કરવાની રીતને લોટરીની રીત કહેવામાં આવે છે.

જ્યારે સમષ્ટિ વિશાળ હોય ત્યારે આ રીતથી સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ પસંદ કરવાનું મુશ્કેલ અને કંટાળાજનક બને છે.

B. યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટકની રીત (Method of random numbers table) :

સૌ પ્રથમ આ રીતમાં સમષ્ટિના N એકમોની યાદી તૈયાર કરી, તેમને 1, 2, 3, 4, ... N એ પ્રમાણે ક્રમાંકો આપવામાં આવે છે. ત્યારબાદ યાદચ્છિક સંખ્યાઓનો કોઈ એક કોઠો લેવામાં આવે છે. જો સંખ્યા N માં r અંક હોય તો યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટકમાંથી કોઈપણ એક પાનું લઈ, તે પાના પર r અંકવાળું કોલમ લેવામાં આવે છે. આ કોલમમાંથી 1 થી N સુધી આવેલી r અંકવાળી n ભિન્ન સંખ્યાઓ પસંદ કરવામાં આવે છે. જે એકમોના ક્રમાંકો આ n સંખ્યાઓ છે, તે એકમોની આ નિદર્શમાં પસંદગી થાય છે.

યાદચ્છિક સંખ્યાઓના જુદા જુદા પ્રમાણિત કોષ્ટકો પ્રાપ્ય છે. તે પૈકી નીચેના કોષ્ટકો પ્રચલિત છે.

1. **એલ. એચ. સી. ટિપેટનાં યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટક :** યાદચ્છિક સંખ્યાઓનાં કોષ્ટકો સૌ પ્રથમ ઈ.સ. 1927માં ટિપેટે તૈયાર કર્યા હતા. આ કોષ્ટકમાં 41600 યદચ્છિક સંખ્યાઓને ચાર આંકડાઓના 10400 સમૂહોમાં ગોઠવવામાં આવ્યા છે.
2. **ફિશર અને યેટસનાં યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટક :** આ કોષ્ટકો ઈ.સ. 1938માં ફિશર અને યેટસે 15000 યાદચ્છિક સંખ્યાઓને 10 આંકડાઓમાં 1500 સમૂહોમાં ગોઠવી તૈયાર કર્યા હતા.
3. **કેન્ડાલ અનેસ્મિથનાં યાદચ્છિક સંખ્યાઓનાં કોષ્ટક :** કેન્ડાલ અને સ્મિથે ઈ.સ. 1939 માં 100000 યાદચ્છિક આંકડાઓને ચાર આંકડાઓના 25000 સમૂહોમાં ગોઠવી તૈયાર કર્યા હતા.
4. **રેન્ડ કોર્પોરેશનના યાદચ્છિક સંખ્યાના કોષ્ટક :** અમેરિકાની રેન્ડ કોર્પોરેશન સંસ્થાએ ઈ.સ. 1955 માં 1000000 યાદચ્છિક આંકડાઓને પાંચ આંકડાઓના 200000 સમૂહોમાં ગોઠવી તૈયાર કર્યા હતા.

5. **રાવ મિત્રા અને મથાઈના યાદચ્છિક સંખ્યાઓના કોષ્ટક :** આ કોષ્ટકોમાં 20000 આંકડાઓ આપવામાં આવ્યા છે અને તે 4 આંકડાઓવાળી 5000 સમૂહો વાળી સંખ્યાઓમાં ઈ.સ. 1966માં ગોઠવવામાં આવ્યા છે.

   જ્યારે સમષ્ટિમાંથી યાદચ્છિક નિદર્શ લેવાનો હોય ત્યારે ઉપર દર્શાવેલ કોઈપણ કોષ્ટક દર્શાવતી પુસ્તિકાનું કોઈપણ પાનું યાદચ્છિક રીતે ખોલવામાં આવે છે, અને તેમાંથી કોઈપણ હાર અથવા સ્તંભથી શરૂ કરી જે યાદચ્છિક સંખ્યા મળે તે ક્રમનાં એકમો સમષ્ટિના કદ અનુસર પસંદ કરી યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે.

C. કમ્પ્યૂટરના ઉપયોગની રીત :

સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ મેળવવામાં આધુનિક યુગમાં હવે કમ્પ્યૂટરનો વ્યાપક ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. અત્યારે ઉપલબ્ધ લગભગ તમામ કમ્પ્યૂટરમાં આવો નિદર્શ મેળવવાની સગવડ મળે છે, જે પ્રોગ્રામ સ્વરૂપે પણ હોય છે. કમ્પ્યૂટરમાં વિન્ડોઝના સ્ટેટેસ્ટીકલ ફંકશન્સમાં રેન્ડ (RAND)કે એવા બીજા નામથી આ સગવડ હોય છે. તેના ઉપયોગથી આવી યાદચ્છિક સંખ્યાઓ મેળવી શકાય છે.

15.2.2 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શના ગુણધર્મો :

1. સરળ યાદચ્છિક નિદર્શમાં સમષ્ટિના નિર્દિષ્ટ કરેલ એકમને કોઈપણ ડ્રો વખતે પસંદ થવા માટેની સંભાવના તે એકમની પ્રથમ ડ્રો વખતે પસંદ થવા માટેની સંભાવનાની બરાબર હોય છે.
2. સરળ યાદચ્છિક નિદર્શનમાં સમષ્ટિના દરેક એકમની નિદર્શમાં પસંદ થવાની સંભાવના સરખી હોય છે.
3. સરળ યાદચ્છિક નિદર્શનમાં nકદવાળા દરેક નિદર્શને પસંદ થવા માટે સરખી સંભાવના હોય છે.

15.2.3 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શા ફાયદાઓ (Advantages of Simple random Sampling) :

1. સમષ્ટિના પ્રત્યેક એકમને નિદર્શમાં પસંદ થવાની સરખી તક મળતી હોવાથી પૂર્વગ્રહને સ્થાન નથી.
2. સમષ્ટિના એકમો સમાન ગુણધર્મો ધરાવતા હોય તો યોગ્ય કદનો યાદચ્છિક નિદર્શ સમષ્ટિનું વધુ સારું પ્રતિનિધિત્વ ધરાવે છે અને વ્યાજબી ચોકસાઈવાળા પરિણામો આપે છે.
3. નિદર્શને આધારે સમષ્ટિ વિશે મેળવાયેલી કિંમતો કેટલી વિશ્વસનીય છે તેની ચકાસણી કરી શકાય છે.
4. નિદર્શમાંથી સમષ્ટિ અંગે મળતાં પરિણામોમાં ભૂલો વિશે પણ ગણતરી થઈ શકે છે.
5. ઓછા ખર્ચે સમષ્ટિ વિશે સચોટ માહિતી મળે છે.

15.2.4 સરળ યાદચ્છિક નિદર્શની મર્યાદાઓ (Limitation of simple random sampling) :

1. જો સમષ્ટિના એકમો અસમાન ગુણધર્મો ધરાવતા હોય તો યાદચ્છિક નિદર્શ સમષ્ટિનું યોગ્ય પ્રતિનિધિત્વ ધરાવતો નથી. તેથી નિદર્શને આધારે મળતાં પરિણામો વિશ્વસનીય હોતા નથી.

2. સમષ્ટિ વિશાળ હોય ત્યારે યાદચ્છિક નિદર્શની પસંદગીનું કાર્ય મુશ્કેલ અને કંટાળાજનક બને છે.

3. સમષ્ટિના અમુક એકમોની યાદી ગૂમ થયેલી હોય ત્યારે યાદચ્છિક નિદર્શ લેવો મુશ્કેલ બને છે.

4. સમષ્ટિમાં એકમોની સંખ્યા વધારે હોય તો યાદચ્છિક નિદર્શ પસંદ કરવાની પદ્ધતિ વધુ સમય અને ખર્ચાળ બને છે.

15.2.5 કેટલાંક સંકેતો અને પરિણામો (Some notations and results) :

ધારો કે કોઈ એક ચલ લક્ષણના અભ્યાસ માટે સમષ્ટિનાં Nઅવલોકનો $Y_1, Y_2, Y_3 \dots \dots Y_N$ છે. આ સમષ્ટિમાંથી nકદનો એક સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે. નિદર્શના અવલોકનો $y_1, y_2, y_3 \dots \dots y_n$ છે.

1. સમષ્ટિ મધ્યક (Population Mean)

$$\bar{Y} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots Y_N}{N}$$

$$\therefore \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i}{N}$$

2. સમષ્ટિનું વિચરણ (Variance of Population)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}{N - 1}$$

3. નિદર્શનો મધ્યક (Sample Mean)

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \cdots y_n}{n}$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

4. નિદર્શનું વિચરણ (Variance of sample)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}$$

સરળ યાદચ્છિક નિદર્શનના કેટલાંક પરિણામો નીચે મુજબ છે.

પરિણામ - ૧ : નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે. એટલે કે સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન માટે નિદર્શ મધ્યકોનો મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યક જેટલો હોય છે.

$E(\bar{y}] = \bar{Y})$ જ્યાં $E(\bar{y}) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \bar{y}_i}{m}$

પરિણામ - ૨ : પુરવણી રહિત સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન માટે નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ નીચે મુજબ છે.

$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N}, \frac{s^2}{n}$ જ્યાં $v(\bar{y}) = \frac{\sum_{i=1}^{m}(\bar{y}_1 - \bar{Y})^2}{m}$

પરિણામ - ૩ : પુરવણી રહિત સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન માટે નિદર્શનું વિચરણએ સમષ્ટિ વિચરણનો અનભિનત આગણક છે, એટલે કે

$E(s^2) = s^2$ જ્યાં $E(s^2) = \frac{\sum_{i=1}^{m} s_i^2}{m}$

15.2.6 ઉદાહરણો

ઉદાહરણ : 1, 5 કદની સમષ્ટિમાં એકમોના ચલ લક્ષણની કિંમતો 5, 7, 11, 15 અને 17 છે. આ સમષ્ટિમાંથી પુરવણી રહિત ૨ કદના બધા જ શક્ય યાદચ્છિક નિદર્શો લઈ નીચેના પરિણામો ચકાસો.

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$ (iii) $E(s^2) = s^2$

ઉકેલ : અહીં N = 5 અને n = 2 છે.

Y_i	$(Y_i - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
5	- 6	36
7	- 4	16
11	0	0
15	4	16
17	6	36
55	0	104

ગણતરી

અહીં (5 – 11) = - 6

(7 – 11) = - 4

(11 – 11) = 0

(15 – 11) = 4

(17 – 11) = 6

- સમષ્ટિ મધ્યક :

$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i}{N} = \frac{55}{5} = 11$.....................1

- સમષ્ટિનું વિચરણ :

$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_2 - \bar{Y})^2}{N-1}$

$= \frac{104}{5-1}$

$= \frac{104}{4}$

= 26 2

- પુરવણી રહિત નિદર્શન : 2કદના સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ પુરવણી રહિત મેળવવાનાં છે તેથી આવા નિદર્શોની સંખ્યા

$$m = N_{c_n}$$

$$= 5_{c_2}$$

$$= \frac{5!}{2!\,(5-2)!}$$

$$= \frac{5!}{2!\,3!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times 1 \times \cancel{3!}}$$

$$= 10$$

આવા દસ નિદર્શોની યાદી અને તેની ગણતરી માટે નીચે મુજબ કોષ્ટક તૈયાર કરીશું :

અહીં y_i =5, 7, 11, 15 અને 17છે તેમાંથી બે કદના પુરવણીરહિત નિદર્શની યાદીમાં પ્રથમ બે કિંમતો (5, 7) પછી (5, 11), (5, 15) …..આ રીતે કુલ 10 નિદર્શોની સંખ્યા બનશે.

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})^2$	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(y-\bar{y})^2$
1	(5, 7)	$\frac{5+7}{2} = 6$	- 5	25	2
2	(5, 11)	$\frac{5+11}{2} = 8$	- 3	9	18
3	(5, 15)	$\frac{5+15}{2} = 10$	- 1	1	50
4	(5, 17)	$\frac{5+17}{2} = 11$	0	0	72
5	(7, 11)	$\frac{5+11}{2} = 9$	- 2	4	8
6	(7, 15)	$\frac{5+15}{2} = 11$	0	0	32
7	(7, 17)	$\frac{5+17}{2} = 12$	1	1	50
8	(11, 15)	$\frac{5+15}{2} = 13$	2	4	8
9	(11, 17)	$\frac{5+17}{2} = 14$	3	9	18
10	(15, 17)	$\frac{5+17}{2} = 16$	5	25	2
	સરવાળો	**110**	**0**	**78**	**260**

નિદર્શ વિચરણ s^2ની ગણતરી

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(y_i - \bar{y})^2$$

પ્રથમ નિદર્શ માટે

$$s_1^2 = \frac{(5-6)^2 + (7-6)^2}{2-1} = \frac{(-1)^2 + (1)^2}{1} = 2$$

$$s_2^2 = \frac{(5-8)^2 + (11-8)^2}{2-1} = \frac{(-3)^2 + (3)^2}{1} = \frac{9+9}{1} = 18$$

આ રીતે, બાકીના નિદર્શો માટે s^2 ગણી શકાય.

(1) $E(y) = \frac{\Sigma \bar{y}_i}{m}$

$$= \frac{110}{10}$$

$= 11$ .... (3)

પરિણામ (1) અને (3) પરથી સાબિત થાય છે કે

$$E(\bar{y}) = \bar{Y}$$

(2) $V(\bar{y}) = \frac{\Sigma(\bar{y}_i - \bar{Y})^2}{m}$

$$= \frac{78}{10}$$

$= 7.8$ .... (4)

હવે,

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$$

$$= \frac{5-2}{5} \cdot \frac{26}{2}$$

$$= \frac{3 \times 26}{5 \times 2}$$

$$= \frac{78}{10}$$

$= 7.8$ ....(5)

પરિણામ (4) અને (5) પરથી ચકાસી શકાય છે કે

$$v(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$$

(૩) $E(s^2) = \frac{\Sigma s_i^2}{m}$

$$= \frac{260}{10}$$

$= 26$ .... (6)

પરિણામ (૨) અને (૬) પરથી કહી શકાય કે $E(s^2) = S^2$

ઉદાહરણ : 2 અને 4 કદની સમષ્ટિના અવલોકનો 7, 8, 10 અને 15 છે. આ સમષ્ટિમાંથી કોઈ અવલોકનનુ પુનરાવર્તન ન થાય તે રીતે 2 કદના નિદર્શો લઈ સાબિત કરો કે

(1) $E(y) = \bar{Y}$ (2) $v(\bar{y}) = \frac{N-n}{n}.\frac{s^2}{n}$

ઉકેલ : અહીં N = 4 અને n = 2 છે.

Y_i	$(y_i - \bar{Y})$	$(y_i - \bar{Y})^2$
7	- 3	9
8	- 2	4
10	0	0
15	5	25
40		38

- **સમષ્ટિ મધ્યક :**

$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{40}{4} = 10$..................... (1)

- **સમષ્ટિનું વિચરણ :**

$$s^2 = \frac{\Sigma(y_i - \bar{Y})^2}{N-1}$$

$$= \frac{38}{4-1}$$

$$= \frac{38}{3}$$

= 12.67 ....(2)

- **પુરવણી રહિત નિદર્શન સંખ્યા**

$m = N_{c_n} = 4_{c_2} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})^2$
1	(7, 8)	$\frac{7+8}{2} = 7.5$	- 2.5	6.25
2	(7, 10)	$\frac{7+10}{2} = 8.5$	- 1.5	2.25
3	(7, 15)	= 11	1	1
4	(8, 10)	= 9	- 1	1
5	(8, 15)	= 11.5	1.5	2.25
6	(10, 15)	= 12.5	2.5	6.25
	સરવાળો	60	0	19

(1) $E(\bar{y}) = \frac{\sum \bar{y}_i}{m} = \frac{60}{6} = 10$ .... (3)

પરિણામ(1) અને (3) પરથી સાબિત થાય છે કે

$$E(\bar{y}) = \bar{Y}$$

(2) $V(\bar{y}) = \frac{\sum(\bar{y}_i - \bar{Y})^2}{m}$

$= \frac{19}{6} = 3.17$ .... (4)

હવે,

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} . \frac{s^2}{n}$$

$$= \frac{4-2}{4} . \frac{38}{3 \times 2}$$

$= \frac{2 \times 38}{4 \times 6} = \frac{76}{24} = 3.17$ .... (5)

પરિણામ (૪) અને (૫) પરથી સાબિત થાય છે કે

$$v(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} . \frac{s^2}{n}$$

ઉદાહરણ : 3

21, 23, 26અને 30એકમો વાળી સમષ્ટિમાંથી બબ્બે એકમોના પુરવણી સહિત કુલ કેટલા નિદર્શો લઈ શકાય ? તે બધા જ નિદર્શોના મધ્યકો શોધો અને દર્શાવો કે નિદર્શ મધ્યકો શોધો અને દર્શાવો કે નિદર્શ મધ્યકએ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે.

ઉકેલ : અહીં N=4અને n=2નિદર્શો પુરવણી સહિત લેવામાં આવે છે.

∴ પુરવણી સહિત નિદર્શોની સંખ્યા $m = N^n \therefore m = 4^2 = 16$ થશે.

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$
1	(21, 21)	$\frac{21+21}{2} = 21$
2	(21, 23)	$\frac{21+23}{2} = 22$
3	(21, 26)	= 23.5
4	(21, 30)	= 25.5
5	(23, 21)	= 22
6	(23, 23)	= 23
7	(23, 26)	= 24.5
8	(23, 30)	= 26.5
9	(26, 21)	= 23.5
10	(26, 23)	= 24.5
11	(26, 26)	= 26
12	(26, 30)	= 28
13	(30, 21)	= 25.5
14	(30, 23)	= 26.5
15	(30, 26)	= 28
16	(30, 30)	= 30
		400

સમજૂતી : અહીં પુરવણી સહિત નિદર્શ પસંદ કરવાનો હોય છે એક વખત પસંદ થયેલ એકમ ફરીથી સમષ્ટિમાં મૂકવામાં આવે છે તેથી ફરીથી તે પસંદ થઈ શકે છે. ∴ પ્રથમ નિદર્શ અવલોકન (21, 21)આવી શકે તેજ પ્રમાણે તમામ અવલોકનોની યાદી બનાવેલ છે.

(૧) સમષ્ટિ મધ્યક $\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{21+23+26+30}{4} = \frac{100}{4} = 25$....... (1)

અને $E(\bar{y}) = \frac{\sum y_i}{m} = \frac{400}{16} = 25$.....(1)

પરિણામ(1) અને પરિણામ (2) ઉપરથી કહી શકાય કે નિદર્શ મધ્યકએ સમષ્ટિ મધ્યકને અનભિનત આગણક છે.

ઉદાહરણ :4

10, 12, 14અને 16 પ્રાપ્તાંકોવાળી સમષ્ટિમાંથી બનેલા એકમોના પુરવણી રહિત અને પુરવણી સહિત કેટલા નિદર્શો લઈ શકાય ? સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યકએ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે.

ઉકેલ : અહીં N=4, n=2છે.

- સમષ્ટિ મધ્યક :

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{10+12+14+16}{4} = \frac{52}{4} + 13 \text{.....................} (1)$$

- પુરવણી રહિત નિદર્શન સંખ્યા

$$m = N_{c_n} = 4_{c_2} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$$

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$
1	(10, 12)	11
2	(10, 14)	12
3	(10, 16)	13
4	(12, 14)	13
5	(12, 16)	14
6	(14, 16)	15
		78

નિદર્શ મધ્યકોનો મધ્યક

$E(\bar{y}) = \frac{\sum y_i}{m} = \frac{78}{6} + 13$..................... (1)

પરિણામ(1) અને પરિણામ (2) પરથી કહી શકાય કે નિદર્શ મધ્યકએ સમષ્ટિ મધ્યકને અનભિનત આગણક છે.

- **પુરવણી સહિત નિદર્શોની સંખ્યા**

$m = N^n \;\therefore m = 4^2 = 16$ થશે.

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$
1	(10,10)	10
2	(10, 12)	11
3	(10, 14)	12
4	(10, 16)	13
5	(12, 10)	11
6	(12, 12)	12
7	(12, 14)	13
8	(12, 16)	14
9	(14, 10)	12
10	(14, 12)	13
11	(14, 14)	14
12	(14, 16)	15
13	(16, 10)	13
14	(16, 12)	14
15	(16, 14)	15
16	(16, 16)	16
		208

નિદર્શ મધ્યકોનો મધ્યક

$E(\bar{y}) = \frac{\sum y_i}{m} = \frac{208}{16} + 13$..................... (3)

પરિણામ(1) અને પરિણામ (3) પરથી કહી શકાય કે નિદર્શ મધ્યકએ સમષ્ટિ મધ્યકને અનભિનત આગણક છે. એટલે કે $E(\bar{y}) = \bar{Y}$)થાય છે.

ઉદાહરણ : 5

પાંચ કદની એક સમષ્ટિના અવલોકનો 12, 15, 18, 21અને 24છે. તેમાંથી 3કદના શક્ય તેટલા તમામ સરળ નિદર્શો પુરવણી રહિત પદ્ધતિથી લઈ સાબિત કરો કે,

(1) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (2) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N}.\frac{s^2}{n}$

ઉકેલ : અહીં N=5, અને n=3છે તેથી પુરવણી રહિત નિદર્શોની સંખ્યા

$m = 5_{c3} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$ થશે.

Y_i	$(Y_i - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
12	- 6	36
15	- 3	9
18	0	0
21	3	9
24	6	36
90	0	90

- **સમષ્ટિ મધ્યક :**

$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{90}{5} = 18$...................... (1)

- **સમાવિષ્ટનુ વિચરણ**

$s^2 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N-1} = \frac{90}{5-1} = \frac{90}{4} = 22.5$ .... (2)

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})^2$
1	(12, 15, 18)	15	- 3	9
2	(12, 15, 21)	16	- 2	4
3	(12, 15, 24)	17	- 1	1
4	(12, 18, 21)	17	- 1	1
5	(12, 18, 24)	18	0	0
6	(12, 21, 24)	19	1	1
7	(15, 18, 21)	18	0	0
8	(15, 18, 24)	19	1	1
9	(15, 21, 24)	20	2	4
10	(18, 21, 24)	21	3	9
સરવાળો		180	0	30

(1) $E(\bar{y}) = \frac{\sum y_i}{m} = \frac{180}{10} = 18$..................... (3)

પરિણામ (૧) અને પરિણામ (૩) પરથી સાબિત થાય છે કે $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(2) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} . \frac{s^2}{n}$

$= \frac{5-3}{5} \times \frac{22.5}{3}$

$= \frac{2\times22.5}{15} = \frac{45}{15} = 3$ .... (4)

હવે,

$(\bar{y}) = \frac{\sum(\bar{y}_i - \bar{Y})^2}{m}$

$= \frac{30}{10} = 3$........ (5)

પરિણામ (૪) અને (૫) પરથી સાબિત થાય છે કે

$v(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} . \frac{s^2}{n}$

ઉદાહરણ :6

છ કદની એક સમષ્ટિના અવલોકનો 3, 4, 7, 8, 9અને 11છે. પુરવણી રહિત 2કદના બધા જ શક્ય સરળ યાદચ્છિક નિદર્શો માટેના નીચેના પરિણામો ચકાસો.

(1) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (2) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} . \frac{s^2}{n}$

(3) $E(s^2) = s^2$

ઉકેલ : અહીં N=6, અને n=2છે તેથી પુરવણી રહિત નિદર્શોની સંખ્યા

$m = 6_{c_2} = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$થશે.

Y_i	$(Y_i - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
3	- 4	16
4	- 3	9
7	0	0
8	1	1
9	2	4
11	4	16
42	0	46

- **સમષ્ટિ મધ્યક :**

$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{42}{6} = 7$...................... (1)

- **સમષ્ટિનું વિચરણ**

$s^2 = \frac{\Sigma(y_i - \bar{y})^2}{N-1} = \frac{46}{6-1} = \frac{46}{5} = 9.2$ …….. (2)

નિદર્શ ક્રમ	નિદર્શ અવલોકનો y_i	નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_i$	$(\bar{y}_i - \bar{Y})$	$(y_i - \bar{Y})^2$	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(y_i - \bar{Y})^2$
1	(3, 4)	3.5	-3.5	12.25	S^2_1=0.50
2	(3, 7)	5	-2.0	4	=8
3	(3, 8)	5.5	-1.5	2.25	=12.50
4	(3, 9)	6	-1	1	=18
5	(3, 11)	7	0	0	=32
6	(4, 7)	5.5	-1.5	2.25	=4.50
7	(4, 8)	6	-1	1	=8
8	(4, 9)	6.5	-0.5	0.25	=12.50
9	(4, 11)	7.5	0.5	0.25	=24.50
10	(7, 8)	7.5	0.5	0.25	=0.50
11	(7, 9)	8	1	1	=2
12	(7, 11)	9	2	4	=8
13	(8, 9)	8.5	1.5	2.25	=0.50
14	(8, 11)	9.5	2.5	6.25	=4.50
15	(9, 11)	10	3	9	=2
સરવાળો		105	0	46	=138

ગણતરી :

$$s_1^2 = \frac{1}{2-1}\{(3-3.5)^2 + (4-3.5)^2\} = 0.25 + 0.25 = 0.50$$

$$s_2^2 = \frac{1}{2-1}\{(3-5)^2 + (7-5)^2\} = 4 + 4 = 8$$

તે જ રીતે બાકીના s^2ની ગણતરી કરેલ છે.

(1) $E(\bar{y}) = \frac{\Sigma \bar{y}_i}{m} = \frac{105}{15} = 7$………………….. (3)

પરિણામ (૧) અને પરિણામ (૩) પરથી સાબિત થાય છે કે $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(2) $V(\bar{y}) = \frac{\Sigma(\bar{y}_i - \bar{Y})^2}{m}$

$= \frac{46}{15} = 3.07$…….. (4)

હવે,

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$$

$$= \frac{6-2}{6} \times \frac{9.2}{2}$$

$$= \frac{4 \times 9.2}{12} = \frac{36.8}{12} = 3.07 \quad .... (5)$$

પરિણામ(4) અને (5) પરથી દર્શાવી શકાય કે $v(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$ થાય છે.

(3) $E(s^2) = \frac{\sum s_i^2}{m} = \frac{138}{15} = 9.2$..............(6)

પરિણામ (૨) અને પરિણામ (૬) પરથી સાબિત થાય છે કે $E(s^2) = s^2$

ઉદાહરણ :7

દક્ષિણ ગુજરાતના એક તાલુકાના શેરડીનો પાક લેતાં સમાન ક્ષેત્રફળવાળા 1000ખેતરોની સમષ્ટિમાંથી 10ખેતરોનો એક યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવ્યો. 10ખેતરોની નિદર્શ તપાસમાં શેરડીના આંકડા (ટનમાં) નીચે મુજબ મળ્યા : 32, 35, 38, 30, 33, 42, 34, 36, 41, 39આ નિદર્શ માહિતી પરથી તાલુકામાં થયેલ શેરડીના કુલ ઉત્પાદનનો આગણક મેળવો અને તેમના વિચરણનું આગણન કરો.

ઉકેલ : અહીં N=1000, n=10

નિદર્શ મધ્યક :

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{32+35+38+30+33+42+34+36+41+39}{10} = \frac{360}{10} = 36$$

y_i	$(\bar{y}_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$
32	- 4	16
35	- 1	1
38	2	4
30	- 6	36
33	- 3	9
42	6	36
34	- 2	4
36	0	0
41	5	25
39	3	9
	0	140

નિદર્શ વિચરણ

$$s^2 = \frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n-1} = \frac{140}{10-1} = \frac{140}{9} = 15.56$$

અહીં ખેતર દીઠ શેરડીનું સરેરાશ ઉત્પાદન 36 ટન છે અને તાલુકામાં કુલ N = 1000 ખેતરો છે.

$\therefore$ કુલ ઉત્પાદનનો આગણક $N\bar{y} = 1000 \times 36 = 36000$ ટન

વિચરણનું આગણન

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N}.\frac{s^2}{n} = \frac{1000-10}{1000} \times \frac{15.56}{10} = \frac{990}{10000} \times 15.56 = 1.54$$ટન થશે.

15.3 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન (Stratified Random Sampling) :

જ્યારે સમષ્ટિ વિષમાંગ હોય એટલે કે સમષ્ટિના એકમોના ગુણધર્મોમાં વધુ અસમાનતા હોય ત્યારે સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ દ્વારા સમષ્ટિનું સાચું પ્રતિનિધિત્વ થઈ શકતું નથી આવા સમયે સ્તરીત નિદર્શન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

સૌ પ્રથમ સમષ્ટિના એકમોની લાક્ષણિકતાને આધારે સમષ્ટિના એકમોને સમાન ગુણધર્મોવાળા જુદા જુદા વિભાગોમાં વહેંચવામાં આવે છે. આ વિભાગોને સ્તરો કહેવામાં આવે છે. આ બધા જ સ્તરો એક-બીજાથી જુદા ગુણધર્મોવાળા હોય છે. પરંતુ, દરેક સ્તરના એકમો આંતરિકરીતે સમાન ગુણધર્મો ધરાવતા હોય છે. આ પ્રત્યેક સ્તરમાંથી સ્વતંત્ર રીતે યાદચ્છિક નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે. આ બધા યાદચ્છિક નિદર્શો ભેગા કરવાથી માળખતા નિદર્શને સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શ કહેવામા આવે છે આ બધા યાદચ્છિક નિદર્શો ભેગા કરવાથી મળતા નિદર્શને સ્તરિન અને તે ઉપરથી સમષ્ટિ વિશેના તારણો મેળવવાની રીતને સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન પદ્ધતિ કહેવામાં આવે છે.

દા.ત. શ્રી એચ. કે. કોમર્સ કૉલેજના વિદ્યાર્થીઓનું અંગ્રેજી વિષય અંગેનું ધોરણ જાણવું હોય તો સૌ પ્રથમ તે કૉલેજના વિદ્યાર્થીઓને ત્રણ સ્તરો જેવાં કે બી.કોમ સેમ-1ના વિદ્યાર્થીઓનો સ્તર, બી.કોમ સેમ-3ના વિદ્યાર્થીઓનો સ્તર અને બી.કોમ સેમ-5ના વિદ્યાર્થીઓનો સ્તર એમ વહેંચી શકાય. ત્યારબાદ દરેક સ્તરમાંથી યદચ્છરીતે અમુક વિદ્યાર્થીઓનો નિદર્શ પસંદ કરી તેમની ચકાસણી દ્વારા કૉલેજના વિદ્યાર્થીઓના અંગ્રેજી વિષય અંગેનું ધોરણ સારી રીતે જાણી શકાય છે.

15.3.1 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનના ફાયદા (Advantages of Stratified random Sampling) :

1. આ રીતમાં સૌ પ્રથમ સમષ્ટિને જુદાં જુદાં વિભાગોમાં વહેંચવામાં આવે છે, અને પછી દરેક વિભાગોમાંથી યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે. તેથી સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શ સમષ્ટિના બધા જ વિભાગોનું યોગ્ય પ્રતિનિધિત્વ ધરાવે છે.
2. આ રીતમાં જુદાં જુદાં વિભાગો માટે જુદી જુદી વ્યક્તિઓનાં નિદર્શ પસંદ કરવાનું કાર્ય સોંપી શકાય છે અને તેથી નિદર્શ પસંદ કરવાની વહીવટી સુગમતા વધે છે. ઉપરાંત સરળ યાદચ્છિક નિદર્શ કરતાં આ નિદર્શમાં સમય અને ખર્ચનો ઓછો વ્યય થાય છે.
3. દરેક સ્તર આંતરિક રીતે સમાન ગુણધર્મોવાળા હોવાથી તેમાંથી નાના કદના નિદર્શો સ્તર વિશે પૂરતી માહિતી પૂરી પાડે છે, જેથી ચોકસાઈનું ધોરણ વધે છે.
4. આ રીતમાં સ્તરવાર આગણક મળી શકે છે, અને તેથી વિવિધ સ્તરો વચ્ચે સરખામણી કરવાનું શક્ય બને છે.
5. સામાજિક, આર્થિક, ઔદ્યોગિક અને વ્યાપારિક સંશોધનમાં આ રીતનો ઉપયોગ કરી શકાય છે.

15.3.2 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનની મર્યાદાઓ(Limitation of stratified random sampling):

1. સમષ્ટિને સ્તરમાં વહેંચતી વખતે ખૂબ જ કાળજી રાખવી પડે છે.
2. સમષ્ટિને સ્તરોમાં યોગ્ય વિભાજન થયેલું ન હોય તો મળતા પરિણામો વિશ્વાસ પાત્ર હોતા નથી.
3. આ પદ્ધતિ દ્વારા મળતા નિદર્શના પરિણામો ઉપરથી સમષ્ટિ વિશે અનુમાન કરવાનું કામ કપરું છે.
4. બિનકુશળ વ્યક્તિઓ આ રીતનો ઉપયોગ કરે તો પરિણામ ભૂલ ભરેલા આવે છે.

15.3.3 કેટલાંક સંકેતો અને પરિણામો (Some noatations and results) :

ધારો કે કોઈ એક સમષ્ટિનાં કુલ Nઅવલોકનો $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots . Y_N$છે. આ એકમોને સમાન ગુણધર્મોવાળા Lસ્તરોમાં વહેંચવામાં આવે છે. દરેક સ્તરમાં એકમોની સંખ્યા અનુક્રમે $N_1, N_2, N_3, \ldots . N_L$છે. આ દરેક સ્તરમાંથી યાદચ્છિક રીતે નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે. આ રીતે મળતાં નિદર્શ કદને અનુક્રમે $n_1,\ n_2,\ n_3 \ldots . n_L$વડે દર્શાવીશું. આ ઉપરથી નીચેના સંકેતો ધ્યાનમાં રાખવામાં જોઈએ.

1. n =સમષ્ટિમાં આવેલો અવલોકનોની (એકમો) કુલ સંખ્યા.
2. n =સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શમાં આવેલા એકમોની કુલ સંખ્યા.
3. $\mathbf{n}_h = h$માં સ્તરમાં સમષ્ટિના કુલ એકમો અથવા hમાં સ્તરનું કદ જ્યાં h = 1, 2, 3, …… L.
4. $\mathbf{n}_h = h$માં સ્તરમાંથી પસંદ કરેલા યાદચ્છિક નિદર્શનું કદ
5. $Y_{hi} = h$માં સ્તરનાં iમાં એકમનાં પ્રાપ્ય અવલોકનો.
6. $\bar{y}_t = \frac{\sum_{i-1}^{Nh} y_{hi}}{N_h} = h$માં સ્તરનો મધ્યક
7. $\bar{y}_h = \frac{\sum_{i-1}^{Nh} y_{hi}}{N_h} = h$માં સ્તરમાંથી લીધેલા યાદચ્છિક નિદર્શનો મધ્યક
8. સમષ્ટિ મધ્યક

$$\bar{Y} = \frac{N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{Y}_2 + N_3\bar{Y}_3 + \cdots \ldots + N_L\bar{Y}_L}{N_1 + N_2 + N_3 \ldots . + N_L}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{Y}_h}{N}$$

9. સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનો મધ્યક

$$\bar{y}_a = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{y}_h}{N} s_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_h}(Y_{hi} - \bar{Y}_h)^2}{N_h - 1} = h \text{ માં સ્તરનું વિચરણ.}$$

પરિણામ : 1 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનમાં સ્તરિત નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે. એટલે કે $E(\bar{y}_{st}) = \bar{Y}$

પરિણામ : ૨ સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનમાં સ્તરિત નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ નીચે પ્રમાણે છે;

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h (N_h - n_h)\frac{S_h^2}{n_h}$$

15.3.4 સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શમાં પ્રમાણસર ફાળવણી (Proportion allocation in stratified random sampling) :

સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શમાં જુદા જુદા સ્તરોમાંથી કેટલા એકમો પસંદ કરવા તે પણ ચોક્કસ રીતે નક્કી થવું જોઈએ. પ્રમાણસર ફાળવણીની રીત આ માટે વધુ પ્રચલિત છે. જો આપેલી સમષ્ટિમાંથી N એકમો હોય અને તેમાંથી સ્તરિત નિદર્શમાં nએકમો પસંદ કરવાના હોય તો નીચેના સૂત્ર દ્વારા દરેક સ્તરમાંથી નિદર્શ કદ મેળવી શકાય.

$N_h = \frac{n}{N} N_h$એટલે$n_1 = \frac{n}{N} N_1$એ જ રીતે $n_2 n_3$મેળવી શકાય.

15.3.5 ઉદાહરણો

ઉદાહરણ-7

એક સમષ્ટિના 1000 એકમોને $N_1 = 250, N_2 = 350$ અને $N_3 = 400$એમ ત્રણ સ્તરોમાં વિભાજીત કરવામાં આવ્યા છે. તેમાંથી પ્રમાણસર ફાળવણીની રીતે n = 160એકમનો નિદર્શ લેવામાં આવે છે. તો દરેક સ્તરમાંથી કેટકેટલા એકમોના નિદર્શ પસંદ થશે.

ઉકેલ : અહીં $N = 1000, N_1 = 250, N_2 = 350, N_3 = 400$ અને $n = 160$છે.

પ્રમાણસર ફાળવણીનું સૂત્ર $n_h = \frac{n}{N} N_h$છે.

$$\therefore n_1 = \frac{n}{N} \times N_1 = \frac{160}{1000} \times 250 = 40$$

$$\therefore n_1 = 40$$

$$n_2 = \frac{n}{N} \times N_2 = \frac{160}{1000} \times 350 = 56$$

$$n_3 = \frac{n}{N} \times N_3 = \frac{160}{1000} \times 400 = 64$$

$\therefore$ સ્તરિત નિદર્શો $n_1 = 40,\ n_2 = 56$અને $n_3 = 64$થશે.

ઉદાહરણ 8

એક વિષમાંગ સમષ્ટિને ત્રણ સ્તરોમાં વહેંચવામાં આવે છે. ત્રણેય સ્તરોમાં એકમોની સંખ્યા અનુક્રમે 30, 50અને 20છે. તે સ્તરોમાંથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ થયેલાં અવલોકનો નીચે પ્રમાણે છે.

પ્રથમ સ્તરમાંથી : 3, 5, 8, 9, 10

બીજા સ્તરમાંથી : 10, 12, 14, 16, 18, 20

ત્રીજા સ્તરમાંથી : 32, 34, 36, 38

માહિતીને આધારે સ્તરિત નિદર્શ મધ્યક મેળવો.

ઉકેલ અહીં $N = 100$, $N_1 = 30$, $N_2 = 50$, $N_3 = 20$

$n = 15$, $n_1 = 5$, $n_2 = 6$ $n_3 = 4$

પ્રથમ સ્તરનો નિદર્શ મધ્યક

$$\bar{y}_1 = \frac{3+5+8+9+10}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

બીજા સ્તરનો નિદર્શ મધ્યક

$$\bar{y}_2 = \frac{10+12+14+16+18+20}{6}$$

$$= \frac{90}{6} = 15$$

ત્રીજા સ્તરનો નિદર્શ મધ્યક

$$\bar{y}_3 = \frac{32+34+36+36}{4}$$

$$= \frac{140}{4} = 35$$

હવે, સ્તરિત નિદર્શ મધ્યક

$$\bar{y}_{st} = \frac{N1\bar{y}1+N2\bar{y}2+N3\bar{y}3}{N1+N2+N3}$$

$$= \frac{(30\ x\ 7) + (50x15) + (20x35)}{30+50+20}$$

$$= \frac{210+750+700}{100}$$

$$= \frac{1660}{100}$$

$$\bar{y}_{st} = 16.60$$

ઉદાહરણ 9 :

ત્રણ કારખાનાં A, B અને C માં કામ કરતાં કામદારોની સંખ્યાના 10 ટકાના ધોરણે યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે. દરેક કારખાનામાંથી લીધેલ નિદર્શ પરથી કામદારોને મળતા દૈનિક વેતન (રૂપિયામાં) ની માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં આપવામાં આવેલ છે. આ માહિતીના આધારે બધા જ કર્મચારીઓને મળતા સરેરાશ દૈનિક વેતન અને સ્તરિત નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

કારખાનું (સ્તર)	સ્તરનું કદ	દૈનિક વેતનનો સ્તરનો મધ્યક (રૂપિયામાં)	દૈનિક વેતનનું સ્તરનું વિવરણ (રૂપિયામાં)
A	120	420	60
B	100	450	50
C	80	500	70

ઉકેલ : અહીં $N_1 = 120$, $N_2 = 100$, $N_3 = 80$, $N = 300$, $\bar{y} = 420$, $y_2 = 450$, $\bar{y}_3 = 500$, $S_1^2 = 60$, $s_2^2 = 50$ અને , $s_3^2 = 70$ આપેલ છે.

હવે દરેક સ્તરમાંથી 10%નો યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે છે. $N_1 = 120$ ના10%

$\therefore n_1 = 120x \frac{10}{100} = 12$

તે જ રીતે $n_2 = 10$ $n_3 = 8$ થશે.

કર્મચારીઓને મળતા સરેરાશ દૈનિક વેતન

સમષ્ટિ મધ્યક $y = \frac{\sum Nh\bar{y}h}{N}$

$$\therefore \bar{y} = \frac{N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{y}_2 + N_3\bar{y}_3}{N}$$

$$= \frac{(120\,x420) + (100x\,450) + (80x500)}{300}$$

$$= \frac{50.400 + 45{,}000 + 40{,}000}{300}$$

$$= \frac{135400}{300}$$

$= 451.33$

સ્તરિત નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\left[N_1(N_1 - n_1)\frac{s_1^2}{n_1} + N_2(N_2 - n_2)\frac{s_2^2}{n_2} + N_3(N_3 - n_3)\frac{s_3^2}{n_3}\right]$$

$$= \frac{1}{(300)^2}\left[120\,(120 - 12)\frac{60}{12} + 100(100 - 10)\frac{50}{10} + 80\,(80 - 8)\frac{70}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{90000}\left[\frac{120x108x60}{12} + \frac{100\,x\,90\,x\,50}{10} + \frac{80\,x\,72\,x70}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{9000}[64{,}800 + 45{,}000 + 50{,}400]$$

$$= \frac{1{,}60{,}200}{90{,}000}$$

$= 1.78$

ઉદાહરણ 10 : એક સમષ્ટિના 10 એકમોને બે સ્તરમાં નીચે પ્રમાણે વહેંચવામાં આવે છે.

સ્તર:1 10, 12, 15, 18, 20, 21

સ્તર:2 51, 53, 56, 64

પ્રથમ સ્તરમાંથી 3 અને બીજા સ્તરમાંથી 2 એકમોના યાદચ્છિક નિદર્શો પસંદ કરવામાં આવે તો બનતા સ્તરિત નિદર્શના મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

ઉકેલ : અહીં $N_1 = 6$, $N_2 = 4$ $N = N_1 + N_2 = 10$ $n_1 = 3$, $n_2 =$ 2 છે.

પ્રથમ સ્તરનો મધ્યક $y_1 = \frac{\Sigma y_2}{N_1}$

$$\overline{y_1} = \frac{10+12+15+18+20+21}{6} = \frac{76}{6} = 16$$

બીજા સ્તરનો મધ્યક $y_2 = \frac{\Sigma y}{N_2}$

$$\bar{y}_2 = \frac{51+53+56+64}{4}$$

$$= \frac{224}{4} = 56$$

સ્તર 1 માટે

y_1	$(y_1-\bar{y}_1)$	$(y_1-\bar{y})^2$
10	-6	36
12	-4	16
15	-1	1
18	2	4
20	4	16
21	5	25
		98

સ્તર 2 માટે

y_2	$(y_2-\bar{y}_2)$	$(y_2-\bar{y}_2)^2$
51	-5	25
53	-3	9
56	0	0
64	8	64
		98

પ્રથમ સ્તરનું વિચરણ

$$S_1^2 = \Sigma \frac{(Y_1 - \bar{Y}_1)}{N_1 - 1} = \frac{98}{6-1} = \frac{98}{5} = 19.6$$

બીજા સ્તરનું વિચરણ

$$S_2^2 = \Sigma \frac{(Y_2 - \bar{Y}_2)}{N_2 - 1} = \frac{98}{4-1} = \frac{98}{3} = 32.67$$

હવે સ્તરિત નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\left[N_1 (N_1 - n_1)\frac{S_1^2}{n^1} + N_2 (N_2 - n_2)\frac{S_2^2}{n^2}\right]$$

$$= \frac{1}{(10)}\left[6(6-3)\frac{19.6}{3} + 4(4-2)\frac{32-67}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{100}\left[\frac{6x3x19.6}{3} + \frac{4x2x32.67}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{100}[117.6 + 130.68] = \frac{248.28}{100} = 2.48$$

$\therefore V\,(\bar{y}_{st}) = 2.48$

ઉદાહરણ 11 સમષ્ટિના એકમો નીચે પ્રમાણે છે.

સ્તર I	6	17	10	12	15	16	21	20	18
સ્તર II	8	9	11	16	14	20			

તેમાંથી, $n = 5$ કદનો એક નિદર્શ લેવાનો છે.પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ પસંદ કરી શકાતા શક્ય નિદર્શ માટે $E\,(\bar{y}_{st})$ અને $V(\bar{y}_{st})$ ની ગણતરી કરો.

ઉકેલ : અહીં $N = 15, N_1 = 9\ N_2 = 6, n = 4$આપેલ છે.

હવે, પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ નિદર્શનું કદ

$$n_h = \frac{N}{n} \times N_h$$

$n_1 = \frac{5}{15}\,x\,9 = 3 \qquad n_2 = \frac{5}{15}\,x\,6 = 2$

$\therefore n_1 = 3 n_2 = 2$ થશે.

સ્તર I માટે			સ્તર II માટે		
y_1	$(Y_1 - \bar{y}_1)$	$(y_1 - \bar{y}_2)2$	y_2	$(Y_2 - \bar{y}_2)$	$(y_2 - \bar{y}_2)2$
6	-9	81	8	-5	25
17	2	4	9	-4	16
10	-5	25	11	-2	4
12	-3	9	16	3	9
15	0	0	14	1	1
16	1	1	20	7	49
21	6	36	78	0	104
20	5	25			
18	3	9			
135	0	190			

$\bar{y}_1 = \frac{\Sigma y_1}{N_1} \qquad \bar{y}_1 = \frac{\Sigma y_2}{N_2}$

$= \frac{135}{9} \qquad = \frac{78}{6}$

$= 15 \qquad = 13$

$S_1^2 = \frac{\Sigma(y_1 - \bar{y}_2)2}{N_1 - 1} \qquad S_2^2 = \frac{\Sigma(y_2 - \bar{y}_2)2}{N_2 - 1}$

$$= \frac{190}{9-1} \qquad = \frac{104}{6-1}$$

$$= \frac{190}{8} \qquad = \frac{104}{5}$$

$$= 23.75 \qquad = 20.8$$

$$E\ (\bar{y}_{st})\ = \bar{y}$$

$$\therefore\ \bar{y} = \frac{N_1\bar{y}_1 + N_2\bar{y}_2}{N_{1+N_2}}$$

$$= \frac{(9\ x\ 15) + (13\ x\ 6)}{9+6}$$

$$= \frac{135+78}{15}$$

$$= \frac{213}{15}$$

$$= 14.2$$

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\left[N_1\,(N_1 - n_1)S_1^2 + N^2(N_2 - n_2)\frac{S_2^2}{n^2}\right]$$

$$\frac{1}{(15)}{}^2 \left[9\ (9-3)\frac{23.75}{3} + 6(6-2)\frac{20.8}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{225}\left[\frac{9\ x\ 6\ x\ 23.75}{3} + \frac{6x4x20.8}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{225}[423 + 249.6]$$

$$= \frac{672.6}{225}$$

$$\therefore\ (\bar{y}_{st})\ = 2.99$$

ઉદાહરણ :12

એક તાલુકાના ખેતરોનું સરેરાશ કદનું આગણન કરવા માટે ખેતરોને ત્રણ સ્તરોમાં વિભાજન કર્યા છે. દરેક સ્તરમાંથી લેવામાં આવેલ સરળ યાદચ્છિક નિદર્શની વિગતો નીચે પ્રમાણે છે. ખેતરોને સરેરાશ કદ $\bar{y}$નો અનભિનત આગણક અને તેનું વિચરણ મેળવો.

સ્તરો (એકરમાં)	સ્તરમાં આવેલા ખેતરોની સંખ્યા	નિદર્શનું કદ	નિદર્શમાં પસંદ થયેલ ખેતરોના કદ (એકરમાં)
0-50	70	5	12,25,29, 36, 48
51-100	20	3	53, 60, 82
101 થી વધુ	10	2	128, 142

ઉકેલ અહીં N= 100,

$N_1 = 70, N_2 = 20, N_3 = 10, n_1 = 5, n_2 = 3, n_3 = 2$ અને $n = 10$
આપેલ છે.

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_1}{n_1} = \frac{12+25+29+36+48}{5}$$

$$= \frac{150}{50} = 30$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum y_2}{n_2} = \frac{53+60+82}{3}$$

$$= \frac{195}{3} = 65$$

$$\bar{y}_3 = \frac{\sum y_3}{n_3} = \frac{128+142}{2}$$

$$= \frac{270}{2} = 135$$

નોંધ :

યાદચ્છિક નિદર્શન માટે નિદર્શ વિચરણ એ સમષ્ટિ વિચરણનો અનભિનત આગણક છે, તેથી જયારે સ્તરનું વિચરણ આપેલું ન હોય ત્યારે તે સ્તરમાંથી લીધેલાં નિદર્શના વિચરણનો ઉપયોગ કરી શકાય. અહીં S_h^2 ની જગ્યાએ s_h^2 નો ઉપયોગ કરીશું.

નિદર્શો

y_1	$(y_1-\bar{y}_1)$	$(y_1-\bar{y}_1)2$	y_2	$(y_2-\bar{y}_2)$	$(y_2-\bar{y}_2)2$	y_3	$(y_3-\bar{y}_3)$	$(y_3-\bar{y}_3)2$
12	-18	324	53	-12	144	128	-7	49
25	-5	25	60	-5	25	142	7	49
29	-1	1	82	17	289	**270**	**0**	**98**
36	6	36	**195**	**0**	**458**			
48	18	324						
150	**0**	**710**						

$$s_1^2 = \frac{\Sigma(y_1-\bar{y}_1)^2}{n_1-1} = \frac{710}{5-1} = \frac{710}{4} = 177.5$$

$$s_2^2 = \frac{\Sigma(y_2-\bar{y}_2)^2}{n_1-1} = \frac{458}{3-1} = \frac{458}{4} = 229$$

$$s_3^2 = \frac{\Sigma(y_3-\bar{y}_3)^2}{n_3-1} = \frac{98}{2-1} = \frac{98}{1} = 98$$

હવે, $\bar{y}$ નો અનભિનત આગણક $\bar{y}_{st}$ છે.

$$\bar{y}_{st} = \frac{N_1\bar{y}_{1+} N_2\bar{y}_{2+} \ N_3\bar{y}_{3+}}{N_1 + N_2 + N_3}$$

$$= \frac{(70 \ x \ 30) + \ (20 \ x \ 65) + (10x \ 135)}{70 + 20 + 10} \qquad = \frac{2100 \ + 1300 + 1350}{100}$$

$$= \frac{4750}{100} \quad = 47.5$$

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}[N_1 (N_1 - n_1)\frac{s_1^2}{n_1} + N_2 (N_2 - n_2)\frac{s_2^2}{n_2} + N_3 (N_3 - n_3)\frac{s_3^2}{n_3}]$$

$$= \frac{1}{(100)2}[70(70-5)\frac{177.5}{5} + \ 20(20-3)\frac{229}{3} + \ 10(10-2)\frac{98}{2}]$$

$$= \frac{1}{10000}\left[\frac{70 \ x \ 65 \ x \ 177.5}{5} + \frac{20x \ 17 \ x229}{3} + \frac{10x8x98}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{1000}[161525 + 25953.33 + 3920]$$

$$= \frac{191{,}398.33}{10000} \qquad = 19.14$$

15.4 પદિક કે વ્યવસ્થિત નિદર્શન :(Systematic Sampling)

જયારે સમષ્ટિ સમાન ગુણધર્મવાળી હોય અને સમષ્ટિના તમામ એકમોની યાદી ઉપલબ્ધ હોય તેવી સમષ્ટિ માંથી નિદર્શ લેવા આ પદ્ધતિનો ખાસ ઉપયોગ થાય છે. આ પદ્ધતિમાં પ્રથમ નિદર્શ એકમ યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે અને ત્યારબાદ બાકીના એકમો સમાન અંતરે ચોક્કસ ક્રમમાં આપોઆપ પસંદ થઈ જાય છે. આ રીતે સમષ્ટિના એકમો પદ્ધતિસર (વ્યવસ્થિત) ક્રમમાં જેવા કે કક્કાવારી મુજબ સમય મુજબ અથવા સ્થળ મુજબ ગોઠવાયેલ હોવા જોઈએ.

ધારોકે અભ્યાસ હેઠળની સમષ્ટિમાં કુલ N એકમો છે, જેમને 1 થી N ક્રમ આપેલા છે. આપણે nકદનું પદિક નિદર્શ મેળવ્યું છે. તેથી જો $\frac{N}{n} = K$ એક પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. એમ ધારવામાં આવે તો પ્રથમ 1,2......K માંથી કોઈ એકમ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરીશું. આ પસંદગી લોટરીની રીતે કે કોષ્ટકની રીતે પસંદ કરી શકાય ત્યાર બાદની સંખ્યા આપો આપ નક્કી થશે.

દા.ત. જો 1000 એકમોની સમષ્ટિ માંથી 50 એકમોનો નિદર્શ લેવાનો હોય તો K= $\frac{1000}{50}$ = 20 થાય. હવે જો 1 થી 20 ક્રમમાંથી યદચ્છ રીતે એક સંખ્યા પસંદ કરવી જો એ સંખ્યા 17 હોય તો 17,37,57, 77.......997 નંબરો ધરાવતા કુલ 50 એકમોનો નિદર્શ બનશે. આ રીતને વ્યવસ્થિત પદ્ધતિસર કે પદિક નિદર્શક પદ્ધતિ કહે છે.

15.4.1 પદિક નિદર્શનના ફાયદા : (Advantages of Systematic Sampling)

૧. સરળ યાદચ્છિક કે સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શનની સરખામણીમાં આ પદ્ધતિ પ્રમાણમાં સરળ છે.

૨. આ પદ્ધતિમાં સમય ઓછો લાગે છે, એટલે કે નિદર્શ ખૂબ જ ઝડપથી પસંદ થાય છે.

૩. યદચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ કરતાં ચોકસાઈનું ધોરણ થોડું ઊંચું જણાય છે.

૪. આ પદ્ધતિમાં કાર્યભાર પ્રમાણમાં ઓછો રહે છે.

૫. નિદર્શન અંતરિત સાથે જો સામયિક લક્ષણો સંકળાયેલા ન હોય તો સંતોષકારક પરિણામો નિપજાવી શકાય.

15.4.2 પદિક નિદર્શનની મર્યાદાઓ :(Disadvantages of Systematic Sampdeling)

૧. આ પદ્ધતિમાં એકમોની સંપૂર્ણ અને વ્યવસ્થિત યાદી તૈયાર હોય તો જ ભરોસાપાત્ર પરિણામો મળી શકે છે.

૨. એકમો પસંદ કરવાના નિદર્શ અંતર સાથે નો ચક્રિય ફેરફારો સંકળાયેલા હોય તો આપદ્ધતિ વડે મેળવાયેલો નિદર્શ પક્ષપાત ભર્યો હોઈ શકે છે.

૩. પદિક નિદર્શમાંથી મળતા સમષ્ટિ મધ્યકના આગણકના વિચરણનું આગણન થઈ શકતું નથી, તેથી આગણનની પ્રમાણિત ભૂલ ગણી શકાતી નથી.

૪. જ્યારે $N \neq nk$ હોય ત્યારે આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ યોગ્ય નથી.

15.4.3 કેટલાક સંકેતો અને પરિણામો : (Some notations and results)

1. N = સમષ્ટિનું કદ
2. Y_i = સમષ્ટિના અવલોકનો
3. $K = \frac{N}{n}$નિદર્શ અંતર
4. n = પદિક નિદર્શનું કદ
5. $\bar{Y} = \frac{\Sigma y_i}{N}$સમષ્ટિ મધ્યક
6. y_i =પદિક નિદર્શના અવલોકનો
7. $\bar{Y}_{st} = \frac{\Sigma y_i}{n}$પદિક નિદર્શ મધ્યક

પરિણામ- 1 જ્યારે પદિક નિદર્શનમાં N = nk હોય ત્યારે પદિક નિદર્શોના મધ્યકોનો મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યક જેટલો થાય છે.

જ્યાં $E(\bar{y}_{sy}) = \frac{\Sigma \bar{y}_{st}}{K}$

પરિણામ -2 જ્યારે પદિક નિદર્શનમાં N= nk હોય ત્યારે $V(\bar{y}_{yt})$એટલે કે પદિક નિદર્શ મધ્યકનુ વિચરણ નીચે મુજબ મળે છે.

$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{\Sigma(\bar{y}_{st} - \bar{Y})2}{K}$$

15.4.4 ઉદાહરણો :

ઉદાહરણ : 13

એક પરીક્ષામાં 15વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ છે. ગુણ :- 69, 48, 55, 62, 26, 75, 30, 62, 58, 17, 80, 18, 11, 87, 64 જો તેમાંથી 5 વિદ્યાર્થીઓનો પદિક નિદર્શ લેવાનો હોય અને પ્રથમ વિભાગમાંથી બીજો વિદ્યાર્થી પસંદ થાય તો નિદર્શમાં બાકીના વિદ્યાર્થીઓ મેળવો અને આ વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ પણ મેળવો.

ઉકેલ : સૌ પ્રથમ સમષ્ટિના અવલોકનોને ક્રમ આપીશું.

વિદ્યાર્થીનો ક્રમ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ગુણ :	69	48	55	62	26	75	30	62	58	17	80	18	11	87	64

હવે, N = 15 n = 5 છે.

∴ નિદર્શ અંતર $K = \frac{N}{n} = \frac{15}{5} = 3$ થશે.

∴ સમષ્ટિના પાંચ વિભાગો થશે અને દરેક વિભાગમાં 3 અવલોકનો આવશે.

હવે પ્રથમ વિભાગમાંથી બીજો વિદ્યાર્થી પસંદ થયો છે. ક્રમ ૨ માં નિદર્શ અંતર ૩ ઉમેરતાં બાકીના અવલોકનો નીચે મુજબ છે.

ક્રમ (2,5,8,11,14) ક્રમવાળા અવલોકનો નિદર્શમાં આવશે.

∴ આ ક્રમાંકોવાળા અવલોકનોવાળો પદિક નિદર્શ નીચે મુજબ મળશે.

$y_i = 48, 26, 62, 80, 87$

નિદર્શ મધ્યક : $\bar{y}_y = \frac{\Sigma y_i}{n} = \frac{48+26+62+80+87}{5}$

$= \frac{303}{5}$

$\bar{y}_{st} = 60.6$

ઉદાહરણ : 14

એક વર્ગના 20 વિદ્યાર્થીઓના વજન (કિ.ગ્રા.માં) નીચે મુજબ છે. તેમાંથી 4 કદનો પદિક નિદર્શ પસંદ કરવાનો છે. જો પ્રથમ વિભાગમાંથી ત્રીજા ક્રમનો એકમ પસંદ થાય તો તે નિદર્શનમાં પસંદ થતાં બાકીના એકમો શોધો.

વિદ્યાર્થી એકમ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
વજન (કિ.ગ્રા.)	48	42	55	65	40	45	48	50	55	52	54	60	62	65	58	57	47	45	40	46

ઉકેલ અહીં N = 20 n= 4 ∴ $K = \frac{N}{n} = \frac{20}{4} = 5$ નિદર્શ અંતર થશે.

હવે, આપેલી સમષ્ટિને 4 વિભાગોમાં નીચે મુજબ વહેંચીશું કે જેથી દરેક સ્તરમાં પાંચ એકમો મળે

વિભાગ – 1		વિભાગ – 2		વિભાગ – 3		વિભાગ – 4	
ક્રમ	વજન	ક્રમ	વજન	ક્રમ	વજન	ક્રમ	વજન
1	48	6	45	11	54	16	57
2	42	7	48	12	60	17	45
3	55	8	50	13	62	18	45
4	65	9	55	14	65	19	40
5	40	10	52	15	58	20	46

અહીં પ્રથમ વિભાગમાંથી ત્રીજા ક્રમનો એકમ પસંદ કરવાનો થાય છે.તેથી ક્રમ 3 માં ૫ ઉમેરતાં 8 , 8 માં 5 ઉમેરતાં 13 એમ ક્રમાંકો = (3,8,13,18) લખી શકાય.

તેથી આ ક્રમાંકોને અનુરૂપ પદિક નિદર્શ નીચે મુજબ થશે. (55, 50, 62, 45)

ઉદાહરણ 15 નીચેની માહિતીમાં કોઈ એક ચલ લક્ષણના અભ્યાસની સમષ્ટિના 12 અવલોકનો આપેલા છે. તેમાંથી ત્રણ કદના શક્ય બધા જ પદિક નિદર્શ લઈ સાબિત કરો કે પદિક નિદર્શોના મધ્યકોનો મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યક બરાબર છે. ઉપરાંત, પાદિક નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

ક્રમ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
અવલોકન	20	28	23	18	25	29	34	38	27	33	21	28

ઉકેલ : અહી પદિક નિદર્શોના મધ્યકનોનો મધ્યક એ સમાવિષ્ટ મધ્યક બરાબર છે. એટલે કે $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}$ સાબિત કરવું પડશે. N = 12 n= 3 છે. K = $\frac{N}{n} = \frac{12}{3} = 4$ નિદર્શ અંતર થશે.

∴ સમષ્ટિને ત્રણ વિભાગોમાં એવી રીતે વહેંચીશું કે જેથી દરેક વિભાગમાં 4 અવલોકનો મળે.

પદિક નિદર્શ	વિભાગ – I		વિભાગ – II		વિભાગ – III	
ક્રમ	ક્રમ	અવલોકન	ક્રમ	અવલોકન	ક્રમ	અવલોકન
પહેલો	1	20	5	25	9	27
બીજો	2	28	6	29	10	33
ત્રીજો	3	23	7	34	11	21
ચોથો	4	18	8	38	12	28

આ કોષ્ટક ઉપરથી પદિક નિદર્શો અને તેમના મધ્યકો નીચે મુજબ શોધી શકાય. પ્રથમ સમષ્ટિ મધ્યક $\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N}$

$$\frac{20+28+23+18+25+29+34+38+27+33+21+28}{12} = \frac{324}{12} = 27$$

પદિક નિદર્શ ક્રમ	પદિક નિદર્શ	પદિક નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_{sy}$	$(\bar{y}_{sy} - \bar{y})$	$(\bar{y}_{sy} - \bar{y})2$
પહેલો	(20, 25,27)	$\frac{20+25+27}{3} = \frac{72}{3} = 24$	-3	9
બીજો	(28, 29, 33)	$\frac{28+29+33}{3} = \frac{90}{3} = 30$	3	9
ત્રીજો	(23, 34, 21)	$\frac{23+34+21}{3} = \frac{78}{3} = 26$	-1	1
ચોથો	(18, 38, 28)	$\frac{18+38+28}{3} = \frac{84}{3} = 28$	1	1
K = 4		$\sum \bar{y}_{st} = 108$		

પદિક નિદર્શોના મધ્યકોનો મધ્યક

$$E(\bar{y}_{st}) = \Sigma \frac{\bar{y}_{sy}}{k}$$

$$= \frac{108}{4}$$

$$= 27 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી સાબિત કરી શકાય કે $\sum \bar{y}_y = \bar{Y}$ છે તેથી પદિક નિદર્શોના મધ્યકોનો મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યક બરાબર છે.

હવે, પદિક નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ

$$V(\bar{y}_y) = \frac{\Sigma(\bar{y}_{st} - \bar{Y})}{K}$$

$$= \frac{20}{4}$$

$$= 5$$

તેથી $V(\bar{y}_{st}) = 5$ થાય છે.

ઉદાહરણ – 15

16 કદની સમષ્ટિમાં y_iની કિંમતો 16, 14, 18, 22, 24, 16, 20, 25, 32, 28, 12, 17, 28, 10, 34, 36 છે. તેમાંથી 4 કદના શકય બધા જ પદિક નિદર્શો લઈ સાબિત કરો કે $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{y}$ વળી $V(\bar{y}_y)$ પણ શોધો.

ઉકેલ : સૌ પ્રથમ સમષ્ટિના અવલોકનોને નીચે મુજબ ક્રમ આપીશું.

ક્રમ	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	16
y_i	16	14	18	22	24	16	20	25	32	28	12	17	10	34	36

અહીં N = 16 n = 4 ∴ નિદર્શઅંતર $K = \frac{16}{4} = 4$થશે.

સમષ્ટિ મધ્યક $\bar{Y} = \frac{\Sigma y_i}{N} = \frac{352}{16} = 22 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

હવે સમષ્ટિને ચાર વિભાગમાં નીચે મુજબ વહેંચીશું જેથી દરેક સ્તરમાં ચાર અવલોકનો હોય.

પદિક નિદર્શ	વિભાગ : I		વિભાગ : II		વિભાગ : III		વિભાગ : IV	
ક્રમ	ક્રમ	અવલોકન	ક્રમ	અવલોકન	ક્રમ	અવલોકન	ક્રમ	અવલોકન
પહેલો	1	16	5	24	9	32	13	28
ભીજો	2	14	6	16	10	28	14	10
ત્રીજો	3	18	7	20	11	12	15	34
ચોથો	4	22	8	25	12	17	16	36

ઉપરના કોષ્ટક પરથી શક્ય બધા જ પદિક નિદર્શો અને તેમના મધ્યકો નીચે મુજબ મેળવી શકાય.

પદિક નિદર્શક્રમ	પદિક નિદર્શ	પદિક નિદર્શ મધ્યક $\bar{y}_{sy}$	$(y_{sy}-\bar{y})$	$(\bar{y}_{sy}-\bar{y})$ ૨
પ્રથમ	(16, 24. 32.28)	$\frac{100}{4} = 25$	3	9
બીજો	(14, 16, 28, 10)	$\frac{68}{4} = 17$	-5	25
ત્રીજો	(18, 20, 12, 34)	$\frac{84}{4} = 21$	-1	1
ચોથો	(22, 25, 17, 36	$\frac{100}{4} = 25$	3	9
		$\sum(\bar{y}_{sy}) = 88$	0	44

પદિક નિદર્શ મધ્યકોનો

$$E(\bar{y}_{sy}) = \sum \frac{\bar{y}_{sy}}{k}$$

$$= \frac{88}{4}$$

$$= 22$$

પરિણામ (1) (2) $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}$ સાબિત થાય છે.

પદિક નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ

$$V(\bar{y}_{sy}) = \sum \frac{(\bar{y}_{sy} - \bar{y})2}{K}$$

$$= \frac{44}{4}$$

$$= 11$$

$V(\bar{y}_{sy}) = 11$ થાય છે.

15.5 નિદર્શ તપાસનું આયોજન (Framing of a sample survey)

સામાજીક, રાજકીય, શૈક્ષણિક કે ઔદ્યોગિકક્ષેત્રમાં કોઈ પણ સમસ્યાના અભ્યાસ માટે આંકડાશાસ્ત્રીય રીતે માહિતી મેળવી નિદર્શ તપાસ દ્વારા પૃથક્કરણ કરવાનું હોય ત્યારે નિદર્શ તપાસના આયોજન અંગે નીચેના મુદ્દાઓ ધ્યાનમાં રાખવા જોઈએ.

૧. **હેતુ :** તપાસ કયા હેતુસર કરવી છે તે હેતુ સ્પષ્ટ પણ જણાવવો જોઈએ. કેટલીક વખત વ્યક્તિ કે સંસ્થા પોતે જ તપાસના હેતુ અંગે ચોક્કસ રીતે જાણતી હોતી નથી. તેથી તેવી તપાસના પરિણામો ઉપયોગી રહેતા નથી.

૨. **સમષ્ટિ :** સમષ્ટિ સ્પષ્ટ રીતે વ્યાખ્યાયિત થયેલી હોવી જોઈએ. વળી સમષ્ટિના એકમોની સમાંગતા વિશે પણ જાણકારી હોવી જોઈએ.

૩. **નિદર્શન પદ્ધતિની પસંદગી :** સમષ્ટિમાંથી નિદર્શ લેવાની જુદી જુદી પદ્ધતિઓ માંથી યોગ્ય પદ્ધતિની પસંદગી કરવી જોઈએ જે માટે તપાસનો હેતુ સમષ્ટિનું કદ, સમષ્ટિની સમાંગતા, તપાસની સમય મર્યાદા અને ખર્ચ વગેરે બાબતો ધ્યાનમાં રાખવી જોઈએ. અને નિદર્શના એકમો પસંદ કરી શકાય છે.

૪. **માહિતી મેળવવી :** આપેલ સમષ્ટિમાંથી પસંદ કરેલી રીતનો ઉપયોગ કરીને નિદર્શ લેવામાં આવે છે. આ નિદર્શ તપાસ દ્વારા માહિતી મેળવવાની જુદી જુદી રીતો પૈકી યોગ્ય રીતનો ઉપયોગ કરી માહિતી મેળવવામાં આવે છે.

પ્રત્યક તપાસ પરોક્ષ તપાસ કે પ્રશ્નાવલી ની રીતે મેળવેલ માહિતીની કાળજી પૂર્વક ચકાસણી કરવામાં આવે છે કે જેથી ચોકસાઈનું ધોરણ જાળવી શકાય.

૫. **અન્વેષકોની તાલીમ :** તપાસ માટે માહિતી એકત્રિત કરવા નિમાયેલી વ્યક્તિને અન્વેષક કહે છે. તપાસનો મુખ્ય આધાર આ અન્વેષકો ઉપર રહેલો હોય છે. તેથી અન્વેષકો પૂરતી લાયકાત ધરાવતા તેમ જ તાલીમબદ્ધ હોવા જોઈએ.

૬. **સંદર્ભસમય અને માહિતીસમય :** તપાસના પરિણામો જે સમયને લાગુ પડે તેને તપાસનો સંદર્ભસમય કહે છે. જયારે જે સમયગાળા દરમિયાન માહિતી એકત્રિત કરવામાં આવે તેને તપાસનો માહિતી સમય કહે છે.

૭. **પૃથક્કરણ અને નિર્ણય :** ઉપર મુજબ નિદર્શ લઈને તેના એકમોની તપાસ કરીને જે માહિતી મેળવવામાં આવે છે તેનું આંકડાશાસ્ત્રીય પદ્ધતિઓ દ્વારા પૃથક્કરણ કરવામાં આવે છે અને તેને આધારે યોગ્ય નિર્ણયો લેવામાં આવે છે.આ નિર્ણયો સમષ્ટિને લાગુ પાડવામાં આવે છે.

15.6 ચાવીરૂપ શબ્દો

યાદચ્છિક : કોઈપણ પ્રકારના પૂર્વગ્રહ કે પક્ષપાત વગર

સ્તરિત : વિભાગો

પદિક : વ્યવસ્થિત

સમષ્ટિ મધ્યક : વ્યાખ્યાયિત એકમોનો સમૂહની સરેરાશ

સમષ્ટિ વિચરણ : વ્યાખ્યાયિત એકમોની સમૂશનુ ચલન

અનભિનત આગણક : સમષ્ટિના પ્રાચલ (સમષ્ટિની કિંમત) માટે કોઈપણ પૂર્વગ્રહ વગર લેવાયેલ શ્રેષ્ઠ કિંમત

15.7 તમારી પ્રગતિ ચકાસો

(ક) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબો આપો.

1. સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન એટલે શું ? તેમાં યાદચ્છિક નિદર્શ પસંદ કરવાની રીતો સમજાવો તેમજ તેના ફાયદા અને મર્યાદાઓ જણાવો.
2. સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો તેના ફાયદા અને મર્યાદાઓ જણાવો.
3. પદિક નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો. ઉપરાંત તેના લાભ અને ગેરલાભ લખો.
4. સ્તરિત યાદચ્છિકનિદર્શનમાં પ્રમાણસર ફાળવણી ઉદાહરણ સહિત સમજાવો.
5. નિદર્શ તપાસનું આયોજન સમજાવો.

(ખ) ટૂંકનોંધ લખો.

i. સરળયાદચ્છિક નિદર્શન

ii. સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન

iii. પદિક નિદર્શન

7. 6 કદની સમષ્ટિમાં $\bar{y}_i$ ની કિંમતો 4, 9,11,3,8 અને 7 છે. પુરવણી રહિત ૨ કદના બધા જ શકય સરળ યાદચ્છિક નિદર્શો માટે નીચેનાં પરિણામો ચકાસો.

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N}\frac{s^2}{n}$

જવાબ (i) $\bar{Y} = 7$

(ii) $V(\bar{y}) = \frac{46}{15} = 3.07$

આગળ જોયું 8. 14, 17, 8, 11 અને 5 કિંમતોની બનેલી એક સમષ્ટિ માંથી 3 કદના યાદચ્છિક નિદર્શો પુરવણી રહિત લેવામાં આવે છે. તો નીચેના પરિણામો ચકાસો.

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (ii) $V(\bar{Y}) = \frac{N-n}{N}\frac{s^2}{n}$

(iii) $E(s^2) = S^2$

જવાબ (i) $\bar{y} = 11$

(ii) $V(\bar{y}) = 3$

(iii) $s^2 = 22.5$

9. 5 કદની સમષ્ટિ સમષ્ટિમાં $\bar{y}_i$ની કિંમતો 5, 7,9,8, અને 11 છે. તે{ાંથી પુરવણી રહિત બબ્બે કદના શકય નિદર્શો લઈ નીચેના પરિણામો ચકાસો.

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N}\frac{s^2}{n}$ (iii) $E(s^2) = S^2$

જવાબ (i) $\bar{y} = 8$

(ii) $V(\bar{y}) = 1.5$

(iii) $s^2 = 5$

10. 4 કદવાળી એક સમષ્ટિમાં $\bar{Y}_i$ની કિંમતો 4,8,12અને 20 છે. તેમાંથી 2કદના શકય તમામ નિદર્શો પુરવણી સહિત લઈ સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યકોનો મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે. તેમજ તેમનું વિચરણ પણ મેળવો.

$S^2 = \sum\frac{(y_i - \bar{y})^2}{N}$ જવાબ. $\bar{y} = 11$

$S^2 = 35$

11. એક કંપનીમાં દૈનિક ધોરણે કામ કરતા 100 કર્મચારીઓ માંથી પાંચ કર્મચારીઓની દૈનિક આવકની તપાસ પરથી તેમની દૈનિક આવક (રૂપિયામાં) નીચે પ્રમાણે મળી

હતી. 225, 200, 250, 210, 240 આ માહિતી પરથી કર્મચારીઓની સમષ્ટિ મધ્યક અને વિચરણના આગણકો શોધો. નિદર્શ મધ્યકના વિચરણોનો આગણક મેળવો.

જવાબ (i) $\bar{Y} = 225$

(ii) $s^2 = 425$ $V(\bar{y}) = 80.75$

12. એક કૉલેજના 500 વિદ્યાર્થીઓ પૈકી 300 વિદ્યાથીઓ સ્નાતક કક્ષાના અને બાકીના અનુસ્નાતક કક્ષાના છે. દરેક સ્તરમાંથી સ્તરના કદના 10 ટકાના કદનો નિદર્શ લેવામાં આવે છે.નિદર્શ- તપાસના આધારે વિદ્યાર્થીઓએ સ્નાતક અને અનુસ્નાતક કક્ષાએ મેળવેલ ગુણસંબંધી માહિતી નીચે મુજબ છે. આ માહિતી પરથી સમષ્ટિના સ્તરિત મધ્યકનો આગણક શોધો. અને તેના વિચરણનું આગણન કરો.

સ્તર	નિદર્શ મધ્યક	નિદર્શનું વિચરણ
સ્નાતક	$y_1 = 70$	$s_1^2 = 200$
અનુસ્નાતક	$y_2 = 60$	$s_2^2 = 100$

જવાબ : (i) $\bar{Y}_{st} = 66$

(ii) $V(\bar{y}_{st}) = 2.88$

13. એક જિલ્લાના આવેલા ખેતરોનું સરેરાશ કદનું આગણન કરવા માટે ખેતરોને 4 સ્તરમાં વિભાજિત કર્યા છે. દરેક સ્તરમાંથી લેવામાં આવેલ સરળ યાદચ્છિક નિદર્શની વિગતો નીચે પ્રમાણે છે. ખેતરોના સરેરાશ કદ $\bar{Y}$નો અનભિનત આગણક અને તેનું વિચરણ મેળવો.

સ્તરો (એકરમાં)	સ્તરમાં આવેલ ખેતરોની સંખ્યા N_h	નિદર્શ સંખ્યા n_h	નિદર્શમાં પસંદ થયેલ ખેતરોના કદ (એકરમાં)
0-100	120	6	30,40,80,70,20,60
101-200	90	5	140, 150, 160, 120, 180
201- 300	60	6	220, 270, 240, 210, 260
301	30	4	310, 350, 320, 380

જવાબ(i) $V(\bar{y}_{st}) = 147$

$V(\bar{y}_{st}) = 29.62$

14. નીચેની માહિતી પરથી પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ n = 100 કદના સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શ મધ્યકના વિચરણની કિંમત મેળવો.

સ્તર	1	2	3
N_h	4000	3000	3000
S_h	100	200	300

જવાબ(i) $E(\bar{y}_{st}) = 42.57$

15. એક સમષ્ટિના 10 અવલોકનોને બે સ્તરોમાં વહેંચવામાં આવે છે. પ્રથમ સ્તરના અવલોકનો 3,5, 4, 6, 12 છે. બીજા સ્તરનાં અવલોકનો 2,7,9,10,22 છે. સ્તરમાંથી બબ્બે એકમોના યાદચ્છિક નિદર્શ લેવામાં આવે તો બનતા સ્તરિત નિદર્શના મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

જવાબ $V(\bar{y}_{st}) = 5.025$

16. સમષ્ટિના એકમો નીચે પ્રમાણે છે.

સ્તર: I	6	7	10	12	15
સ્તર: II	8	9	11	16	

પ્રથમ સ્તરમાંથી 3 અને બીજા સ્તરમાંથી 2 એકમોનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે. આ માહિતી ઉપરથી સમષ્ટિ મધ્યક અને $V(\bar{y}_{st})$શોધો.

જવાબ $\bar{Y} = 10.44$

$V(\bar{y}_{st}) = 1.18$

17. નીચે આપેલ એક સમષ્ટિના અવલોકનો પરથી 4 કદવાળા શક્ય તમામ વ્યવસ્થિત (પદિક) નિદર્શો લઈ બનાવો કે $E(\bar{y}_{st}) = \bar{y}$ અને $V(\bar{y}_{st})$ પણ મેળવો.

ક્રમ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
અવલોકન	11	16	13	15	14	12	9	10	19	20	17	13	14	15	9	8	18	15	11	25

જવાબ$E(\bar{y}_y) = 14.2$

$V(\bar{y}_y) = 2.96$

18. 10 કદવાળી એક સમષ્ટિમાં y_iની કિંમતો 18, 20, 23, 25, 28, 29, 21, 26, 29 અને 35 છે. તેમાંથી બબ્બે કદના શક્ય બધા જ પદિક નિદર્શો મેળવો અને

i. પદિક નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો અનભિનત આગણક છે તેમ દર્શાવો.

ii. પદિક નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

જવાબ$(i)\bar{Y} = 25.4$

(ii) $V(\bar{y}_{sy}) = 13.64$

(ગ) યોગ્ય વિકલ્પની પસંદગી કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબો આપો.

1. જો N= 90 અને n= 6 હોય તો પદિક નિદર્શન અંતરની કિંમત શું થાય ?

(A) 540 (B) 180

(C) 54 (D) 15

2. 7 કદની સમષ્ટિમાંથી 2કદના યાદચ્છિક નિદર્શ પુરવણી સહિતની રીતે કેટલા લઈ શકાય ?

(A) 14 (B) 21

(C) 49 (D) 70

3. 10 એકમોની સાન્ત સમષ્ટિમાંથી 3 એકમોના પુરવણી રહિત શક્ય યાદચ્છિક નિદર્શોની સંખ્યા શોધો.

(A) 30 (B) 120

(C) 45 (D) 1000

4. જયારે સમષ્ટિ વિષમાંગ હોય ત્યારે કઈ નિદર્શન ———વાપરવામાં આવે છે.

(A) સ્તરિત યાદચ્છિક (B) સરળ યાદચ્છિક

(C) પદિક નિદર્શન (D) હેતુલક્ષી નિદર્શન

5. એક સમષ્ટિને બે સ્તરોમાં વહેંચી છે. જેમના એકમો અનુક્રમે $N_1 = 60$ અને $N_1 = 40$ છે. જો તેમના સ્તરના મધ્યકો અનુક્રમે 20 અને 30 હોય તો સમષ્ટિ મધ્યક શોધો.

(A) 24 (B) 25

(C) 26 (D) 50

6. એક સમષ્ટિના અવલોકનો 100 છે. તેમાંથી દરેક 5 {ાં વ્યક્તિઓને નિદર્શમાં પસંદગી કરવામાં આવે છે. તો આ નિદર્શન પદ્ધતિ કઈ છે.

(A) સરળ યાદચ્છિક (B) પદિક નિદર્શન

(C) સ્તરિત યાદચ્છિક (D) નિયત હિસ્સા નિદર્શન

7. સમષ્ટિના દરેક એકમને નિદર્શમાં પસંદ થવાની તક બરાબર હોય તો તે શું થશે ?

(A) હેતુલક્ષી નિદર્શન (B) બિનસંભાવના નિદર્શન

(C) સંભાવના નિદર્શન (D) નિયત હિસ્સા નિદર્શન

8. સ્તરિત નિદર્શ ત્યારે લેવામાં આવે છે કે જયારે

(A) સમષ્ટિ સમરૂપ હોય (B) સમષ્ટિના એકમો ઉપલબ્ધતા

(C) વિશિષ્ટ સમૂહનો અભ્યાસ કરવાનો હોય

(D) સમષ્ટિ વિષમાંગ હોય

9. નિદર્શ પસંદ કરવાની એવી રીત કે જેમાં સમષ્ટિના બધા વર્ગોને પ્રમાણસર પ્રતિનિધિત્વ મળતું હોય તેને કઈ પદ્ધતિ કહે છે.

(A) પદિક નિદર્શન (B) સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન

(C) સુવિધાનુસાર નિદર્શન (D) સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શન

10. જો N= 300 અને n= 20 હોય તો પદિક નિદર્શ અંતર કેટલું થાય ?

(A) 10 (B) 15

(C) 20 (D) 30

Ans. (1) D (2) C (3) B (4) A (5) A
(6) B (7) C (8) D (9) D (10) B

15.8 સંદર્ભગ્રંથ

1. નિદર્શન પદ્ધતિઓ અને પ્રાયોગિક અભિકલ્પનાઓ લેખક : ડૉ. એસ. એસ. શાહ, યુનિવર્સિટી ગ્રંથ નિર્માણ બોર્ડ, ગુજરાત રાજ્ય.
2. ધંધાકીય સંશોધન પદ્ધતિઓ, લેખક ડૉ. મહેન્દ્ર મૈસુરીયા, ડૉ. દિનેશ એમ. પટેલ, અક્ષર પબ્લિકેશન, અમદાવાદ.