

- 8.0 ઉદ્દેશ
- 8.1 પ્રસ્તાવના
- 8.2 ચલિત સરેરાશની રીત (એકી અને બેકી ચક્રિય ગાળા)
- 8.3 ચલિત સરેરાશની રીતની ધારણા
- 8.4 ચલિત સરેરાશની રીતના લાભા-લાભ
- 8.5 ઉદાહરણો
- 8.6 ન્યૂનતમ વર્ગોની રીત
- 8.7 ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતના ફાયદા અને મર્યાદા
- 8.8 ઉદાહરણો
- 8.9 મૌસમી વધઘટ શોધવાની રીત
- 8.10 ઉદાહરણો
- 8.11 મૌસમી સૂચકાંકની શોધવાની રીત
- 8.12 ઉદાહરણો
- 8.13 સ્વાધ્યાય (તમારી પ્રગતિ ચકાસો)
- 8.14 ખાલી જગ્યા
- 8.15 ચાવીરૂપ શબ્દો
- સંદર્ભગ્રંથ

**8.0 ઉદ્દેશ :**

ચલિત સરેરાશની રીતનો ઉપયોગ કરી વલણ શોધવું. ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતનો ઉપયોગ કરી વલણ શોધવું, મૌસમી વધઘટની ગણતરી કરવી. મૌસમી સૂચકાંકની ગણતરી કરવી.

**8.1 પ્રસ્તાવના :**

અગાઉના એકમમાં આપણે સામાયિક શ્રેણી કોને કહેવાય, તેનો અર્થ અને વ્યાખ્યાઓનો અભ્યાસ કર્યો. તેમજ તેનું પૃથક્કરણ કરી તેના વિવિધ ઘટકોનો પણ અભ્યાસ કર્યો અને આપેલી સામાયિક શ્રેણીનું આલેખમાં રૂપાંતર કરી તેનું વલણ કેવી રીતે મેળવવામાં આવે છે તે જોયું. હવે આ પ્રકરણમાં વલણ શોધવાની અન્ય રીતો જેવી કે ચલિત સરેરાશની રીત, ન્યૂનતમ વર્ગોની રીત, મૌસમી વધઘટની ગણતરી અને મૌસમી સૂચકાંકની ગણતરી કેવી રીતે થાય તે અંગેનો અભ્યાસ કરીશું.

**8.2 ચલિત સરેરાશની રીત (Method of Moving Average) :**

ચલિત સરેરાશની રીતને ‘એકોત્તર સરેરાશની રીત’ અથવા ‘પરંપરિત સરેરાશની રીત’ તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. આ રીત મુખ્ય બે ધારણાઓ પર આધારિત છે.

### 8.3 ચલિત સરેરાશની રીતની ધારણા :

- (1) ચલિત સરેરાશનો ગાળો આવર્તન ચક્ર સાથે સુસંગત રહે છે.
- (2) આપેલ સામાયિક શ્રેણી સુરેખ વલણ ધરાવતી હોય છે.

આ રીત સરેરાશના સિદ્ધાંત ઉપર આધારિત છે. ચલિત સરેરાશ એ સમાંતર મધ્યકનું જ એક સ્વરૂપ છે. સાદી સરાસરી (સરેરાશ કે મધ્યક)ને ચલની કિંમતોમાંથી મોટાભાગની અનિયમિતતા દૂર કરી એ સમધારણ કિંમત આપે છે. એટલે કે આ રીત એ સામાયિક શ્રેણીમાંના પ્રાપ્તકોમાંથી વધઘટો દૂર કરવા માટેની એક સરળ પદ્ધતિ છે.

સામાન્ય રીતે સામાયિક શ્રેણીમાં દર 3, 4, 5 કે 7 વર્ષે ચક્રિય વધઘટ થતી હોય છે. એવું ધારવામાં આવે તો આપેલી સામાયિક શ્રેણીના પ્રાપ્તકોની મદદથી 3 વર્ષે, 4 વર્ષે, 5 વર્ષ કે 7 વર્ષોની ચલિત સરેરાશ કે વલણ શોધવામાં આવે છે.

#### ● ચલિત સરેરાશની ગણતરી :

ચલિત સરેરાશની ગણતરી વખતે બે પ્રકારના ચક્રિય ગાળા ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે. (1) એકી ચક્રિયગાળા (3, 5 કે 7 વર્ષિય)ની ચલિત સરેરાશ (2) બેકી ચક્રિય ગાળા (ચાર વર્ષ)ની ચલિત સરેરાશ.

#### (1) એકી ચક્રિય ગાળાની ચલિત સરેરાશ :

એકી ચક્રિય સમયગાળો એટલે 3 વર્ષ, 5 વર્ષ કે 7 વર્ષનો સમયગાળો અને આ સમયગાળાને ધ્યાનમાં લઈને ચલિત સરેરાશ કે વલણ નીચે મુજબ શોધાય.

#### ● ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરી :

ત્રણ વર્ષની ચલિત સરેરાશ શોધવા પ્રથમ ત્રણ અવલોકનોનો સરવાળો કરો તેને બીજા વર્ષની સામે (મધ્યમાં) મૂકો ત્યારબાદ મળેલ સરવાળાને ત્રણ વડે ભાગી સરેરાશ મેળવી તેને તેની સામેના ખાનામાં મૂકો ત્યારબાદ પ્રથમ અવલોકન છોડી તેની સામે ડેશ (—) લખો અને બીજા, ત્રીજા અને ચોથા અવલોકનોનો સરવાળો કરી તેને ત્રીજા વર્ષની સામે મૂકો, તેની સરેરાશ શોધો ત્યાર બાદ બીજું અવલોકન છોડી ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમા અવલોકનોનો સરવાળો કરી તેની સામે મૂકી તેની સરેરાશ શોધો. આમ દરેક વખતે ઉપરના એક એક અવલોકન છોડતાં જઈને નીચેના એક એક અવલોકનો ઉમેરતાં જાવ અને તેનો સરવાળો અને સરેરાશ મધ્યના વર્ષની સામે મૂકતા જાવ આ રીતે જે સરેરાશ મળશે તેને વલણ કે ચલિત સરેરાશ તરીકે ઓળખવામાં આવશે. ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની એક મર્યાદા એ છે કે પ્રથમ વર્ષ અને છેલ્લા વર્ષની ચલિત સરેરાશ (વલણ)ની કિંમતો મેળવી શકાતી નથી.

દા.ત. નીચે આપેલ સામાયિક શ્રેણીનું ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધો.

સમયગાળો	1	2	3	4	5
પ્રાપ્તકો ( $y_i$ )	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

જવાબ :

સમયગાળો	$y_i$ પ્રાપ્તકો	ત્રિવર્ષિય ચલિત સરવાળો	ત્રિ-વર્ષિય ચલિત સરેરાશ (વલણ) ( $T_i$ )	અલ્પકાલીન વધઘટ $= y_i - T$
1	$y_1$	—	—	—
2	$y_2$	$y_1 + y_2 + y_3$	$T_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$	$y_2 - T_1$
3	$y_3$	$y_2 + y_3 + y_4$	$T_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$	$y_3 - T_2$
4	$y_4$	$y_3 + y_4 + y_5$	$T_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}$	$y_4 - T_3$
5	$y_5$	—	—	—

અહીં અલ્પકાલીન વધઘટો નીચેના સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શોધવામાં આવે છે.

અલ્પકાલીન વધઘટ = મૂળ માહિતી ( $y_i$ ) - વલણ (T)

● **પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરી :**

ઉપર દર્શાવ્યા પ્રમાણે ત્રણ વર્ષને બદલે પાંચ વર્ષના અવલોકનોનો સરવાળો લઈ તેનો મધ્યક શોધી તેને પાંચ વડે ભાગી મધ્યના વર્ષની સામે મૂકી પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરવાથી પંચવર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધી શકાય છે. તેમજ તેની મદદથી અલ્પકાલીન વધઘટો પણ મેળવવામાં આવતી હોય છે. પરંતુ પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની મુખ્ય મર્યાદા એ છે કે તેમાં પ્રથમ બે વર્ષ અને છેલ્લા બે વર્ષના વલણોની કિંમતો મેળવી શકાતી નથી.

● **સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરી :**

ઉપર દર્શાવ્યા પ્રમાણે ત્રણ કે પાંચ વર્ષને બદલે સાત વર્ષના અવલોકનોનો સરવાળો લઈ તેનો મધ્યક શોધી તેને સાત વડે ભાગી મધ્યના વર્ગની સામે મૂકી પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરવાથી સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધી શકાય છે અને તેની મદદથી અલ્પકાલીન વધઘટો પણ શોધવામાં આવે છે. સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની મુખ્ય મર્યાદા એ છે કે તેમાં પ્રથમ ત્રણ વર્ષ અને છેલ્લા ત્રણ વર્ષના વલણોની કિંમતો મેળવી શકાતી નથી.

(2) **બેકી ચક્રીય ગાળાની ચલિત સરેરાશ :**

સામાન્ય રીતે ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની બેકી ચક્રીય ગાળાની ચલિત સરેરાશ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશ શોધવા પ્રથમ ચાર અવલોકનોનો સરવાળો કરી તેને મધ્યમા એટલે કે બીજા અને ત્રીજા અવલોકનોની વચ્ચે મૂકી તેવી જ રીતે પ્રથમ અવલોકન છોડી બીજા, ત્રીજા, ચોથા અને પાંચમા અવલોકનોનો સરવાળો કરી તેને મધ્યમા એટલે કે ત્રીજા અને ચોથા અવલોકનોની વચ્ચે મૂકો. આમ ઉપર દર્શાવ્યા મુજબ ઉપરથી એક પછી એક અવલોકન છોડી નીચેથી એક પછી એક અવલોકન ઉમેરતા જઈ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો. પરંતુ અહીં મળતા ચલિત સરવાળા અલગ અલગ વર્ષોની સામે આવતા નથી. તેથી તેમને અલગ અલગ વર્ષોની સામે મુકવા માટે ચાર વર્ષિય સરવાળાનો બે-બે વર્ષિય સરવાળા કરી તે દરેકને આઠ વડે ભાગવાથી ચલિત સરેરાશ કે વલણ મેળવી શકાશે અને અલ્પકાલીન વધઘટો પણ મેળવી શકાય છે.

દા.ત. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધો.

વર્ષ	1	2	3	4	5	6
પ્રાપ્તાંકો $y_i$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$

જવાબ :

સમયગાળો	$y_i$ પ્રાપ્તાંકો	ચાર વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચાર વર્ષિય ચલિત સરવાળાનો બે	ચલિત સરેરાશ વલત વર્ષિય સરવાળો ( $T_i$ ) ÷ 8
1	$y_1$	—	—	—
2	$y_2$	$S_1 = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$	—	—
3	$y_3$	$S_2 = y_2 + y_3 + y_4 + y_5$	$S_1 + S_2$	$T_1 = \frac{S_1 + S_2}{8}$
4	$y_4$	$S_3 = y_3 + y_4 + y_5$	$S_2 + S_3$	$T_2 = \frac{S_2 + S_3}{8}$
5	$y_5$	—	—	—
6	$y_6$	—	—	—

#### 8.4 ચલિત સરેરાશની રીતના લાભા-લાભ :

##### ● લાભો :

- (1) આ રીતમાં મધ્યકના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ થતો હોવાથી ચલની કિંમતોમાં ઉદ્ભવતી મોટાભાગની અનિશ્ચિતતાઓ દૂર કરી શકાય છે.
- (2) આ રીતે સમજવામાં સરળ છે અને અન્ય રીતો જેવી કે આલેખની રીત અને ન્યૂનતમ વર્ગની રીતોની સરખામણીમાં ગણતરીમાં સરળ છે.
- (3) આ રીતમાં અમુક અવલોકનો પાછળથી ઉમેરવામાં આવે તો પણ ફરીથી ગણતરી કરવી પડતી નથી.

##### ● મર્યાદાઓ :

- (1) આ રીતમાં શરૂના અને છેલ્લા કેટલાંક વર્ષોનું વલણ મેળવી શકાતું નથી.
- (2) ચલિત સરેરાશનો ગાળો પસંદ કરવામાં ભૂલ થાય તો તેનું વલણ અયોગ્ય ઠરે છે.
- (3) જો આપેલી સામાયિક શ્રેણી રૈખિક વલણ ન ધરાવતી હોય તો મળેલું વલણ ભુલ ભરેલું સાબિત થાય છે.

#### 8.5 ઉદાહરણો :

##### ઉદાહરણ-1 :

નીચે આપેલ સામાયિક શ્રેણી માટે ત્રિવર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટો મેળવો.

ઉપરાંત મૂળ શ્રેણી અને વલણને એક જ આલેખપત્ર ઉપર દર્શાવો.

વર્ષ	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
વેચાણ કરોડ રૂ.માં	6	9	11	8	12	13	11	15	19	16	20	22	19	25	23

##### જવાબ :

વર્ષ	વેચાણ $y$ (કરોડ રૂ.માં)	ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચલિત સરેરાશ (વલણ) $T$	અલ્પકાલીન વધઘટ $= y - T$
2005	6	-	-	-
2006	9	26	8.67	0.33
2007	11	28	9.33	1.67
2008	8	31	10.33	-2.33
2009	12	33	11.00	1.00
2010	13	36	12.00	1.00
2011	11	39	13.00	-2.00
2012	15	45	15.00	0.00
2013	19	50	16.67	2.33
2014	16	55	18.33	-2.33
2015	20	58	19.33	0.67
2016	22	61	20.33	1.67
2017	19	66	22.00	-3.00
2018	25	67	22.33	2.67
2019	23	-	-	-

સમજૂતિ : (પરીક્ષામાં સમજૂતી લખવાની જરૂર નથી.)

ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરવાળો :

પ્રથમ ત્રણ વર્ષ 2005, 2006, 2007 નું વેચાણનો સરવાળો કરી 2006 ના વર્ષની સામે લખો. એટલે કે 2005 ની સામે ડેશ (–) મુકો. જેમ કે  $6 + 9 + 11 = 26$  ને 2006 ની સામે લખાય. ત્યારબાદ 26 માંથી 6 બાદ કરો અને 2008 (વેચાણ રૂ.) 8 છે જે તેમાં ઉમેરો.

$\therefore 26 - 6 + 8 = 28$  ને 2007 ની સામે લખાય. હવે 28 માંથી 2006ની સામે લખેલ 9 બાદ કરો અને 2009ની સામે લખેલ 12 ઉમેરો.

$\therefore 28 - 9 + 12 = 31$  ને 2008ની સામે લખો. આમ ઉપરની રકમ બાદ કરી નીચેની રકમ ઉમેરતાં જાવ અને મધ્યના વર્ષની સામે લખતા જાવ. આમ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરવાથી ત્રિવર્ષિય ચલિત સરવાળો શોધી શકાશે.

અથવા

2005	6	}	26
2006	9		
2007	11		

સરવાળો

આ રીતે છેલ્લે સુધી ગણતરી કરો.

(અહીં પ્રથમ અને છેલ્લા ખાનામાં

સરવાળો આવશે નહીં)

2006	9	}	28
2007	11		
2008	8		

સરવાળો

2007	11	}	31
2008	8		
2009	12		

સરવાળો

ઉપર દર્શાવ્યા મુજબ ઉપરનું વર્ષ અને વેચાણને દૂર કરી ત્યાર પછીના વર્ષ અને વેચાણને ધ્યાનમાં રાખી પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો.

**ચલિત સરેરાશ (વલણ) T :**

ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરવાળાની જે રકમ મળે છે તે દરેકને ત્રણ વડે ભાગવાથી ચલિત સરેરાશ કે વલણ (T) મળે છે. દા.ત.  $26 \div 3 = 8.67 \dots\dots$  તેવી જ રીતે અન્ય વધઘટ

**અલ્પકાલીન વધઘટની ગણતરી :**

$$\text{અલ્પકાલીન વધઘટ} = y - T$$

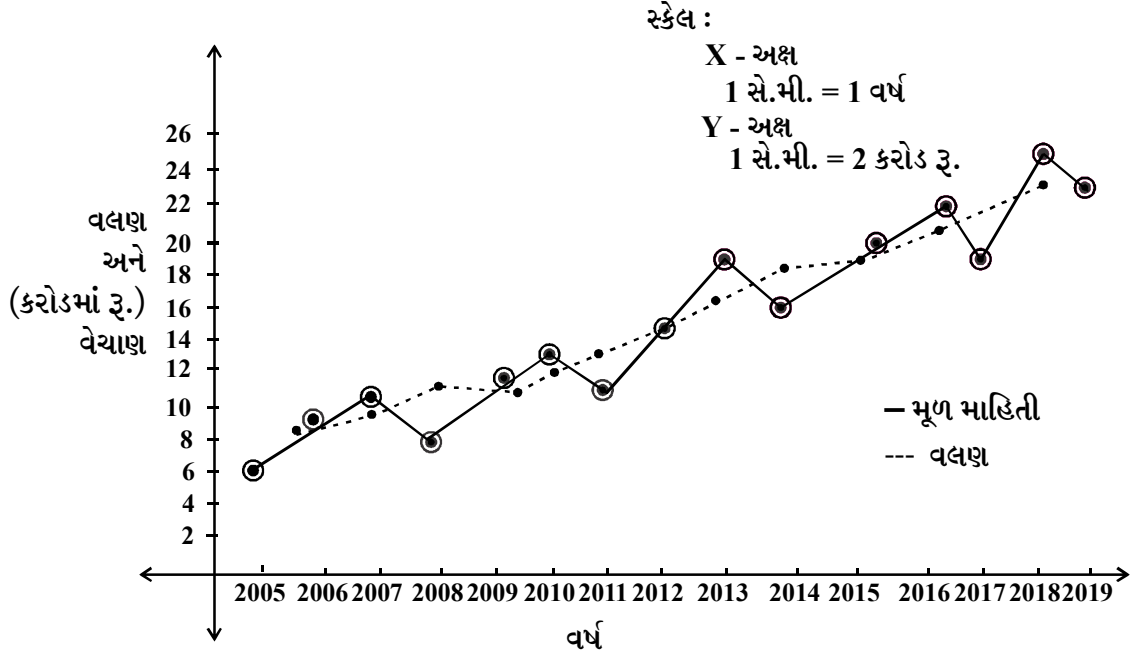
$$= \text{મૂળ માહિતી} - \text{વલણ}$$

મૂળ માહિતી એટલે દાખલામાં આપેલ ઉત્પાદન, વેચાણ ..... વગેરેની રકમ.

વલણ એટલે ચલિત સરેરાશની રકમ

જેમ કે, અલ્પકાલીન વધઘટ =  $9 - 8.67 = 0.33$  તેવી જ રીતે બાકીની રકમ પણ શોધાય.

**નોંધ :** અહીં પ્રથમ અને છેલ્લા વર્ષનું વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ મળશે નહીં.



ઉદાહરણ-2 :

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશ લઈ વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટો શોધો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
નફો લાખ રૂ.માં	16	20	26	35	42	18	23	29	34
વર્ષ	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
	2018	2019							
નફો લાખ રૂ.માં	44	20	27	31	38	46	17	26	36
	40	48							

જવાબ :

વર્ષ	નફો (લાખ રૂ.માં)	પાંચ વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચલિત સરેરાશ (વલણ) T	અલ્પકાલીન વધઘટ = y - T
2000	16	-	-	-
2001	20	-	-	-
2002	26	139	27.80	-1.80
2003	35	141	28.20	6.80
2004	42	144	28.80	13.20
2005	18	147	29.40	-11.40
2006	23	146	29.20	-6.20
2007	29	148	29.60	-0.60
2008	34	150	30.00	4.00
2009	44	154	30.80	13.20
2010	20	156	31.20	-11.20
2011	27	160	32.00	-5.00
2012	31	162	32.40	-1.40
2013	38	159	31.80	6.20
2014	46	158	31.60	14.40
2015	17	163	32.60	-15.60
2016	26	165	33.00	-7.00
2017	36	167	33.40	2.60
2018	40	-	-	-
2019	48	-	-	-

સમજૂતિ : (પરીક્ષામાં લખવી જરૂરી નથી)

પાંચવર્ષિય ચલિત સરવાળો :

2000	16	}	-	અથવા	$16 + 20 + 26 + 35 + 42 = 139$
2001	20		-		
2002	26		139		
2003	35		સરવાળો		
2004	42				

2001	20	}	139 - 2000 ના વર્ષની રકમ + 2005 ના વર્ષની રકમ	
2002	26			
2003	35		141	$139 - 16 + 18 = 141$
2004	42		સરવાળો	
2005	18			

2002	26	}	144	અથવા	$141 - 20 + 23 = 144$
2003	35				
2004	42		સરવાળો		
2005	18				
2006	23				

ઉપર મુજબ પુનરાવર્તન કરતા રહો.

**નોંધ :** અહીં પ્રથમ બે વર્ષ અને છેલ્લા બે વર્ષનો ચલિત સરવાળો, ચલિત સરેરાશ (વલણ) અને અલ્પકાલીન વધઘટો મળશે નહીં તેથી ત્યાં ડેશ (-) કરો.

● ચલિત સરેરાશ (વલણ) T :

ચલિત સરવાળાની દરેક રકમને પાંચ વડે ભાગતા ચલિત સરેરાશ મળશે. દા.ત.  $139 \div 5 = 27.80$  તેવી જ રીતે બધી રકમને પાંચ વડે ભાગો.

● અલ્પકાલીન વધઘટ = મૂળ માહિતી - વલણ

$$y - T$$

દા.ત.  $26 - 27.80 = -1.80$  તેવી જ રીતે દરેક રકમ શોધો.

**ઉદાહરણ-3 :**

નીચે આપેલી મહિતી ઉપરથી યોગ્ય સમયગાળો લઈ ચલિત સરેરાશ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
ઉત્પાદન (લાખ રૂ.માં)	19	23	29	38	39	21	45	32	37	25
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
	2016	2017	2018	2019						
	23	30	34	47	22	20	29	39	26	29
	48	25	24	28						

જવાબ :

(નોંધ : આ પ્રકરણના દાખલામાં આપેલ સમજૂતિ પરીક્ષામાં લખવી જરૂરી નથી. ફક્ત વિદ્યાર્થીની સમજણ માટે જ છે.)

જ્યારે દાખલામાં યોગ્ય સમયગાળો એવું લખેલ હોય ત્યારે આપેલ સામાયિક શ્રેણીનું અવલોકન કરો અને મૂળ માહિતીની વધઘટો તપાસો. ઉપરોક્ત સામાયિક શ્રેણી તપાસતા જણાય છે કે પ્રથમ સાત વર્ષ સુધી ઉત્પાદન સતત વધતું રહે છે. ત્યાર પછી આઠમા વર્ષે ઘટી ફરીથી બીજા સાત વર્ષ પછી વધતું રહે છે. એટલે કે ઉત્પાદનના આંકડા તપાસતાં 2002 ના વર્ષમાં 45 લાખ ટન છે. ત્યારબાદ 2009 ના વર્ષમાં 47 લાખ ટન છે ત્યારબાદ 2016 ના વર્ષમાં 48 લાખ ટન છે. તેથી આ શ્રેણીમાં સાત વર્ષના ગાળાનું આવર્તયક માલુમ પડે છે. તેથી વલણ શોધવા સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશનો ઉપયોગ કરીશું અને વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધીશું.

(નોંધ : આ રીત 3, 5, 7 કે 4 વર્ષે વધઘટ થતી હોય અને દાખલામાં યોગ્ય સમયગાળો લખેલ હોય તો તે મુજબના વર્ષની ચલિત સરેરાશ શોધવી.)

વર્ષ	ઉત્પાદન (લાખ ટનમાં)	સાત વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચલિત સરેરાશ (વલણ) T	અલ્પકાલીન વધઘટ = y - T
1996	19	-	-	-
1997	23	-	-	-
1998	29	-	-	-
1999	38	214	30.57	7.43
2000	39	227	32.43	6.57
2001	21	241	34.43	-13.43
2002	<b>45</b>	237	33.86	11.14
2003	32	222	31.71	0.29
2004	37	213	30.43	6.57
2005	25	226	32.29	-7.29
2006	23	228	32.57	-9.57
2007	30	218	31.14	-1.14
2008	34	201	28.71	5.29
2009	<b>47</b>	205	29.29	17.71
2010	22	221	31.57	-9.57
2011	20	217	31.00	-11.00
2012	29	212	30.29	-1.29
2013	39	213	30.43	8.57
2014	26	216	30.86	-4.86
2015	29	220	31.43	-2.43
2016	<b>48</b>	219	31.29	16.71
2017	25	-	-	-
2018	24	-	-	-
2019	28	-	-	-

સમજૂતી :

પ્રથમ સાત વર્ષનો સરવાળો કરી ચલિત સરવાળો સાત વડે ભાગી સરેરાશ મેળવી અલ્પકાલીન વધઘટો શોધો. ત્યારબાદ ઉપરની રકમ બાદ કરી (1996નું ઉત્પાદન-19) નીચે વર્ષની રકમ ઉમેરો (2003નું ઉત્પાદન 32) આ રીતે પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો.

ઉદાહરણ-4 :

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
નફો (કરોડ રૂ.માં)	10	13	15	30	16	17	15	32	23	20
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
	24	36	23	29	27	38	24	29	22	36

જવાબ :

વર્ષ	નફો કરોડમાં	સાત વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચાર વર્ષિય સરવાળાનો બે વર્ષિય સરવાળો	ચલિત સરેરાશ (વલણ) ÷ 8
2000	10	-	-	-
2001	13	-	-	-
2002	15	68	142	17.75
2003	30	74	152	19.00
2004	16	78	156	19.50
2005	17	78	158	19.75
2006	15	80	167	20.88
2007	32	87	177	22.13
2008	23	90	189	23.63
2009	20	99	202	25.25
2010	24	103	206	25.75
2011	36	103	215	26.88
2012	23	112	227	28.38
2013	29	115	232	29.00
2014	27	117	235	29.38
2015	38	118	226	28.25
2016	24	108	211	26.38
2017	19	103	204	25.50
2018	22	101	-	-
2019	36	-	-	-

સમજૂતિ :

		ચલિત સરવાળો	બે વર્ષિય સરવાળો	વલણ
2000	10	} 68 (સરવાળો) મધ્યમાં મુકો	} મળેલ દરેક રકમને ÷ 8 કરો.	
2001	13			
2002	15			
2003	30			

2001	13	} 74	} 142	} દર બે વર્ષનો સરવાળો ઉપરનો		
2002	15					
2003	30				(સરવાળો)	સરવાળો બાદ કરી નીચેની
2004	16				મધ્યમાં મુકો)	નીચેની સરવાળો ઉમેરતા જાઉં.
”	”					
”	”					

આ રીતે પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરો.

#### ઉદાહરણ-5 :

નીચે આપેલ માહિતી પરથી અલ્પકાલીન વધઘટ મેળવો.

વર્ષ	2013	2014	2015	2016	2017	2018
ઉત્પાદન	10	13	15	30	16	17
વલણ	-	-	17.75	19	-	-

જવાબ :

અહીં પ્રથમ બે વર્ષ અને છેલ્લા બે વર્ષ 3 વલણ આપેલ નથી. તેની અલ્પકાલીન વધઘટ શોધી શકાય નહીં. પરંતુ 2015 અને 2016ના વર્ષની અલ્પકાલીન વધઘટ નીચે મુજબ મળશે.

અલ્પકાલીન વધઘટન = ઉત્પાદન - વલણ

$$\begin{aligned} 2015 \text{ ના વર્ષ માટે અલ્પકાલીન વધઘટ} &= 15 - 17.75 \\ &= -2.75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2016 \text{ ના વર્ષ માટે અલ્પકાલીન વધઘટ} &= 30 - 19 \\ &= 11 \end{aligned}$$

#### ઉદાહરણ-6 :

નીચે આપેલ માહિતી પરથી અલ્પકાલીન વધઘટ શોધી, તેને આલેખમાં દર્શાવો.

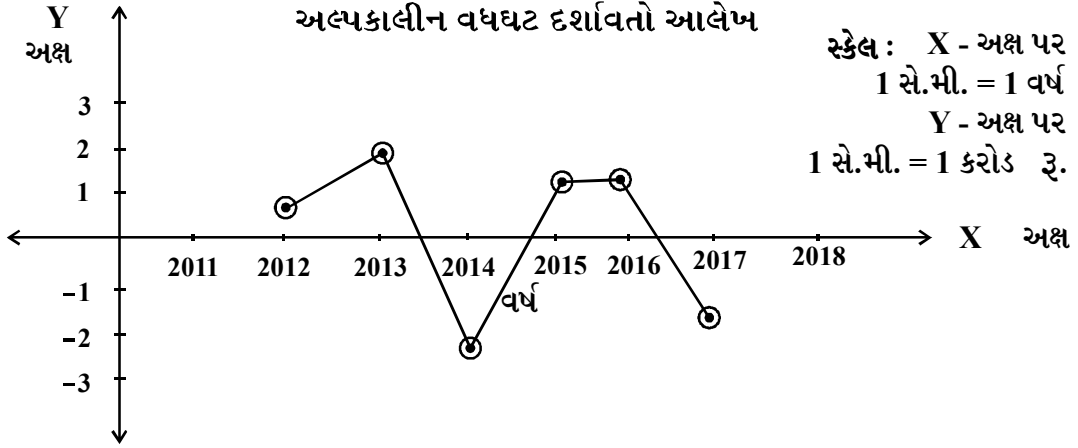
વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
વેચાણ								
કરોડ રૂ.માં	4	7	9	6	10	11	9	13
વલણ	-	6.67	7.33	8.33	9	10	11	-

જવાબ :

વર્ષ	y વેચાણ કરોડ રૂ.માં	T વલણ	અલ્પકાલીન વધઘટ = y - T
2011	4	-	-
2012	7	6.67	0.33
2013	9	7.33	1.67
2014	6	8.33	-2.33
2015	10	9	1.00
2016	11	10	1.00
2017	9	11	-2.00
2018	13	-	-

જવાબ :

અલ્પકાલીન વધઘટનો આલેખ દોરવા 'x' અક્ષ પર વર્ષ અને 'y' અક્ષ પર અલ્પકાલીન વધઘટની કિંમત લો. તેને અનુરૂપ બિંદુઓ નોંધો અને તે બિંદુઓ જોડો. અલ્પકાલીન વધઘટની કિંમત ધન અને ઋણ બંને મળતી હોવાથી X-અક્ષ મધ્યમાં દોરવો.



### 8.6 ન્યૂનતમ વર્ગોની રીત (Method of Least Squares) :

વલણ નક્કી કરવાની આલેખની રીતમાં આપણે જોયું કે સામાયિક શ્રેણીનું સામાન્ય વલણ નક્કી કરવા માટે સામાયિક વક્રના મહત્તમ બિંદુઓની ખૂબ જ નજીકથી પસાર થતો અને શ્રેણીના મુખ્ય લક્ષણો દર્શાવતો હાથ વડે એક સરળ વક્ર દોરવામાં આવે છે. તેને વલણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. પરંતુ જુદી જુદી વ્યક્તિઓ દ્વારા આવા વક્રો દોરવામાં આવે તો તે વક્રમાં અસમાનતા જોવા મળે છે. તેથી વલણના પૂર્વાનુમાન માટે એક સૂત્રતા જાળવી શકાતી નથી. તેથી સામાયિક શ્રેણીનું વલણ નક્કી કરીને સૌથી શ્રેષ્ઠ રેખા (વક્ર) મેળવવાની ચોક્કસ ગાણિતીક રીત તરીકે જેનો ઉપયોગ થાય છે. તે રીતને ન્યૂનતમ વર્ગોની રીત તરીકે ઓળખી શકાય. આ રીતમાં મુખ્યત્વે બે ભાગમાં સમજી શકાય છે. (1) સુરેખાનું અન્વાયોજન (2) દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન.

● સુરેખાનું અન્વાયોજન :

આપેલી માહિતી જે રૈખિક વલણ ધરાવતી હોય તો તે વલણને નીચેના સમીકરણ દ્વારા રજૂ કરી શકાય.

$$y = a + bx$$

જ્યાં  $a$  અને  $b$  અચળાંકો છે. અહીં ન્યૂનતમ રીતનો ઉપયોગ કરી અચળાંકો  $a$  અને  $b$  શોધવા માટે બે પ્રમાણ્ય સમીકરણોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. જે નીચે મુજબ મેળવી શકાય.

$$\Sigma y = a\Sigma i + b\Sigma x \text{ (ઉપરના સમીકરણને બંને બાજુ } \Sigma \text{ વડે ગુણતા)}$$

$$\Sigma y = an + b\Sigma x \text{ — સમી (1) (જ્યાં } \Sigma i = n)$$

$$\Sigma y = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \text{ — સમી (2) બંને બાજુ } x \text{ વડે ગુણતા)}$$

ઉપરોક્ત સમીકરણો ઉકેલવાથી  $a$  અને  $b$  ની કિંમતો મળે છે. તેને આધારે રૈખિક વલણનું અન્વાયોજન કરી શકાય છે. રૈખિક વલણ ઉપરથી  $x$  ની જુદી જુદી કિંમતોને અનુરૂપ  $y$  ની અનુમાનિત કે અંદાજિત કિંમત મેળવી શકાય છે. તેને સુરેખાનું અન્વાયોજન તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

● દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન :

આપેલી માહિતી દ્વિઘાતી વલણ ધરાવતી હોય તો તે વલણને નીચેના સમીકરણ દ્વારા રજૂ કરી શકાય.

$$y = a + bx + cx^2$$

જ્યાં  $a$ ,  $b$  અને  $c$  અચળાંકો છે. અહીં ન્યૂનતમ વર્ગોના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી અચળાંકો  $a$ ,  $b$  અને  $c$  શોધવા માટે ત્રણ પ્રમાણ્ય સમીકરણોનો ઉપયોગ થાય છે. જે નીચે મુજબ છે.

$$\Sigma y = a\Sigma i + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \text{ (બંને બાજુ } \Sigma \text{ લેતાં)}$$

તે ઉપરથી

$$\Sigma y = an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \text{ — સમી. (1) (જ્યાં } \Sigma i = n)$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 \text{ — સમી. (2) (બંને બાજુ } x \text{ વડે ગુણતા)}$$

$$\Sigma x^2y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 \text{ — સમી. (3) (બંને બાજુ } x \text{ વડે ગુણતા)}$$

ઉપરોક્ત સમીકરણો ઉકેલવાથી  $a$ ,  $b$  અને  $c$  ની કિંમતો મળે છે. તેને આધારે દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન કરી  $x$  ની જુદી જુદી કિંમતો ઉપરથી  $y$  ની અનુમાનિત કે અંદાજિત કિંમતો મેળવી શકાય છે. તેને દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

**નોંધ :** નિરીક્ષિત કિંમત અને અન્વાયોજિત કિંમતમાં ફેરફાર હોવાનું કારણ અન્વાયોજિત કિંમત સુરેખાના સમીકરણો દ્વારા પ્રાપ્ત થતી શ્રેષ્ઠ કિંમત છે.

8.7 ન્યૂનતમ વર્ગની રીતના ફાયદા અને મર્યાદા :

ન્યૂનતમ વર્ગની રીતના ફાયદા અને મર્યાદાઓ નીચે મુજબ સમજી શકાય છે.

● ન્યૂનતમ વર્ગની રીતના ફાયદા :

(1) **વૈજ્ઞાનિક રીત :** ન્યૂનતમ વર્ગની રીત એ વલણ શોધવાની વૈજ્ઞાનિક રીત છે. તેમાં ચોક્કસ અનુમાનો અને અંદાજો મેળવી શકાય છે.

(2) **ભવિષ્યના પૂર્વાનુમાન માટે :** ન્યૂનતમ વર્ગની રીતથી સામાયિક શ્રેણીમાં આપેલ દરેક વર્ષ માટે વલણ મેળવી શકાય છે અને તે અંગે ભવિષ્યનું પૂર્વાનુમાન મેળવી શકાય છે.

(3) **વૃદ્ધિ દર જાણવા :** ન્યૂનતમ વર્ગની રીતની મદદથી સામાયિક શ્રેણીનો વૃદ્ધિ દર અંગેની માહિતી મેળવી શકાય છે તે માટે સુરેખાનું અન્વાયોજન કરવામાં આવે છે.

● ન્યૂનતમ વર્ગની રીતની મર્યાદાઓ :

(1) વિધેયનું સ્વરૂપ નક્કી કરવું મુશ્કેલ : ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતમાં બે રીતે વલણનું અન્વાયોજન કરવામાં આવે છે. પરંતુ તેમ કરતી વખતે વલણના વિધેયનું સ્વરૂપ સુરેખ રાખવું; દ્વિઘાતી પરવલય સ્વરૂપ રાખવું કે અન્ય સ્વરૂપ રાખવું તે નક્કી કરવામાં મુશ્કેલી ઉદ્ભવે છે.

(2) અઘરી ગણતરી : આ એક ગાણિતિક રીત છે તેથી અન્ય રીતની સરખામણીમાં તેની ગણતરી અઘરી બને છે.

(3) કંટાળાજનક : આ રીતમાં જો કોઈ વખત આપેલી સામાયિક શ્રેણીના અવલોકનોમાં ભુલ જણાય અને તેને દૂર કરવી પડે અથવા કોઈ નવા અવલોકનો ઉમેરવા પડે તેમ હોય તો બધી જ ગણતરી ફરીથી કરવી પડે છે તેથી તે કંટાળાજનક છે એમ કહેવાય.

8.8 ઉદાહરણો :

● સુરેખાનું અન્વાયોજન ( $n =$  એકી સંખ્યા) :

ઉદાહરણ-1 :

નીચેની માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરી 2021 વર્ષ માટે ઉત્પાદનનું પૂર્વાનુમાન મેળવો.

વર્ષ	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
ઉત્પાદન (હજાર ટનમાં)	14	19	23	20	28	26	30

જવાબ :

સૌપ્રથમ વર્ષને  $t$  વડે અને ઉત્પાદનને  $y$  વડે દર્શાવો,  $x = t - 2014$  લો,  $x \times y = xy$  શોધો,  $x \times x = x^2$  શોધો. હવે સુરેખાનું અન્વાયોજન કરવાનું હોવાથી સુરેખ સમીકરણ  $y = a + bx$

અને પ્રમાણ્ય સમીકરણો

$$\Sigma y = an + b\Sigma x \quad \text{— (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \quad \text{— (2) ઉપરથી}$$

$\Sigma y = y$  નો સરવાળો,  $n = 7$  (એકી સંખ્યા) (વર્ષોની સંખ્યા =  $n$ )

$\Sigma x = x$  નો સરવાળો

$\Sigma xy = xy$  નો સરવાળો

$\Sigma x^2 = x^2$  નો સરવાળો

આ તમામ કિંમતો શોધવા નીચેનું કોષ્ટક બનાવો.

વર્ષ $t$	ઉત્પાદન હજાર ટનમાં $y$	$x = t - 2015$	$xy$	$x^2$
2012	14	-3	-42	9
2013	19	-2	-38	4
2014	23	-1	-23	1
2015	20	0	0	0
2016	28	1	28	1
2017	26	2	52	4
2018	30	3	90	9
કુલ	160	0	67	28

પ્રમાણ્ય સમીકરણોમાં ઉપરની કિંમતો મુકતાં,

$$160 = 7a + b(0) \text{ — (1)}$$

$$67 = a(0) + 28b \text{ — (2)}$$

સમીકરણ (1) ઉપરથી

$$160 = 7a$$

$$\therefore a = \frac{160}{7} = 22.86$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$67 = 28b$$

$$\therefore b = \frac{67}{28} = 2.39$$

$a = 22.68$  અને  $b = 2.39$  બંને કિંમતો સુરેખ વલણના સમીકરણમાં મુકતા.

$$y = a + bx$$

$y = 22.68 + 2.39x$  જે સુરેખાના અન્વાયોજન તરીકે ઓળખાય છે. હવે 2021ના વર્ષ માટે તેનું પૂર્વાનુમાન નીચે મુજબ કરી શકાય.

$$x = (t - 2015) \text{ મૂકી સમીકરણ ફરીથી લખતા.}$$

$$y = 22.68 + 2.39(t - 2015)$$

$$t = 2021 \text{ મુકતાં}$$

$$y = 22.68 + 2.39(2021 - 2015)$$

$$= 22.68 + 2.39(6)$$

$$= 22.68 + 14.36$$

$$= 37.22 \text{ હજાર ટન}$$

ઉદાહરણ-2 : ( $n =$  બેકી સંખ્યા)

નીચેની માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2020ના વર્ષ માટે નફાનું પુર્વાનુમાન મેળવો.

વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
નફો (લાખ રૂ.માં)	19	20	32	24	23	20	27	22

જવાબ :

વર્ષ $t$	નફો લાખ રૂ.માં $y$	$x = 2(t - 2014.5)$	$xy$	$x^2$
2011	19	-7	-133	49
2012	20	-5	-100	25
2013	32	-3	-96	9
2014	24	-1	-24	1
2015	23	1	23	1
2016	20	3	60	9
2017	27	5	135	25
2018	22	7	154	49
કુલ	187	0	19	168

સુરેખાનું સમીકરણ =  $y = a + bx$

અને પ્રમાણ્ય સમીકરણો;

$$\Sigma y = an + b\Sigma x \text{ — (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \text{ — (2)}$$

ઉપરના કોષ્ટક મુજબ  $\Sigma y = 187$ ,  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma xy = 19$ ,  $\Sigma x^2 = 168$  અને  $n = 8$  ની કિંમતો પ્રમાણ્ય સમીકરણોમાં મૂકતાં,

$$187 = 8a + b(0) \text{ — (1)}$$

$$19 = a(0) + 168b \text{ — (2)}$$

સમીકરણ (1) ઉપરથી

$$187 = 8a$$

$$\therefore a = \frac{187}{8} = 23.36$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$19 = 168b$$

$$\therefore b = \frac{19}{168} = 0.11$$

$a = 23.38$  અને  $b = 0.11$  સુરેખાના સમીકરણમાં મુકતા  $y = 23.38 + 0.11(x)$

$$x = 2(t - 2014.5) \text{ મુકાય.}$$

$$y = 23.38 + 0.11 \{2(t - 2014.5)\}$$

જે સુરેખાનું અન્વાયોજન છે.

2020 માટે નફાનું પૂર્વાનુમાન કરવા  $t = 2020$  મુકતા

$$\begin{aligned} y &= 23.38 + 0.11 \{2(2020 - 2014.5)\} \\ &= 23.38 + 0.11 \{2 \times 5.5\} \\ &= 23.38 + 0.11 \{11\} \\ &= 23.38 + 1.21 \\ &= 24.59 \text{ લાખ રૂ.} \end{aligned}$$

**ઉદાહરણ-3 :**

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો.

વર્ષ	2011	2013	2015	2017	2019
ઉત્પાદન (લાખ રૂ.માં)	30	45	54	70	85

જવાબ :

અહીં આપેલ વર્ષ વચ્ચે દર બે વર્ષનો ગાળો આપેલ છે.

$$\therefore x = \left( \frac{t-2015}{2} \right) \text{ લઈશું.}$$

તેથી ગણતરી સરળ બનશે.

વર્ષ $t$	ઉત્પાદન (ટન રૂ.માં)	$x = \frac{t-2015}{2}$	$xy$	$x^2$
2011	30	-2	-60	4
2013	45	-1	-40	1
2015	54	0	0	0
2017	70	1	70	1
2019	85	2	170	4
કુલ	284	0	135	10

સુરેખાના અન્વાયોજનનું સમીકરણ  $y = a + bx$

પ્રમાણ્ય સમીકરણો,

$$\Sigma y = an + b\Sigma x \text{ — (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \text{ — (2) ઉપરથી}$$

અહીં,  $\Sigma y = 284$ ,  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma xy = 135$ ,  $\Sigma x^2 = 10$  અને  $n = 5$  લઈ પ્રમાણ્ય સમીકરણો મુકતાં

$$284 = 5a + b(0) \text{ — (1)}$$

$$135 = a(0) + 10b \text{ — (2)}$$

સમીકરણ (1) ઉપરથી

$$284 = 5a$$

$$\therefore a = \frac{284}{5} = 56.8$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$135 = 10b$$

$$\therefore b = \frac{135}{10} = 13.5$$

$a$  અને  $b$  ની કિંમતો સુરેખાના સમીકરણમાં મુકતા

$$y = 56.8 + 13.5x$$

$$x = \left( \frac{t-2015}{2} \right) \text{ મૂકતા}$$

$$y = 56.8 + 13.5 \left( \frac{t-2015}{2} \right)$$

જેને સુરેખાનું અન્વાયોજન તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

**ઉદાહરણ-4 :**

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટો શોધો.

વર્ષ	2008	2010	2012	2014	2016	2018
નફો (કરોડ રૂ.માં)	2	3	5	6	10	14

જવાબ :

વર્ષ $t$	નફો (કરોડ રૂ.માં) $y$	$x = t - 2013$	$xy$	$x^2$
2008	2	-5	-10	25
2010	3	-3	-9	9
2012	5	-1	-5	1
2014	6	1	6	1
2016	10	3	30	9
2018	14	5	70	25
કુલ	40	0	82	70

અહીં  $\Sigma y = 40$ ,  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma xy = 82$ ,  $\Sigma x^2 = 70$  અને  $n = 6$  મળે છે. જે પ્રમાણ્ય સમીકરણમાં મુકો.

સુરેખાનું વલણ  $y = a + bx$

પ્રમાણ્ય સમીકરણો,

$$\Sigma y = an + b\Sigma x \text{ — (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \text{ — (2) ઉપરથી}$$

કોષ્ટક મુજબ મળેલ કિંમતો સમીકરણમાં મુકતા

$$40 = 6a + b(0) \text{ — (1)}$$

$$82 = a(0) + 70b \text{ — (2)}$$

સમીકરણ (1) ઉપરથી

$$40 = 6a$$

$$\therefore a = \frac{40}{6} = 6.67$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$82 = 70b$$

$$\therefore b = \frac{82}{70} = 1.17$$

સુરેખાનું અન્વાયોજન  $y = 6.67 + 1.17x$

$$\therefore y = 6.67 + 1.17(t - 2013)$$

હવે,  $t = 2008, 2009, \dots, 2018$  મુકી વલણ T શોધી તેના ઉપરથી અલ્પકાલીન વધઘટ નીચે મુજબ મળશે.

વર્ષ $t$	નફો કરોડ રૂ.માં $y$	વલણ (T) $= 6.67 + 1.17 (t - 2013)$	અલ્પકાલીન વધઘટ $y - T$
2008	2	$6.67 + 1.17 (2008 - 2013) = 0.82$	1.18
2010	3	$= 3.16$	-0.16
2012	5	$= 5.5$	-0.50
2014	6	$= 7.84$	-1.84
2016	10	10.18	-0.18
2018	14	12.52	1.48

ગણતરી નીચે મુજબ કરીશું.

$$\begin{aligned} 2008 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2008 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17(-5) \\ &= 0.82 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2010 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2010 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17 (-3) \\ &= 3.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2012 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2012 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17 (-1) \\ &= 5.50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2014 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2014 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17(1) \\ &= 7.84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2016 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2016 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17 (3) \\ &= 10.18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2018 \text{ માટે વલણ } T &= 6.67 + 1.17 (2018 - 2013) \\ &= 6.67 + 1.17 (5) \\ &= 12.52 \end{aligned}$$

અલ્પકાલીન વધઘટની ગણતરી

$$\text{અલ્પકાલીન વધઘટ} = y - T$$

$$\begin{aligned} 2008 \text{ માટે અલ્પકાલીન વધઘટ} &= 2 - 0.82 \\ &= 1.18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2010 \text{ માટે અલ્પકાલીન વધઘટ} &= 3 - 3.16 \\ &= -0.16 \end{aligned}$$

તેવી જ રીતે

2012, 2014, 2016, 2018 નું અલ્પકાલીન વધઘટ શોધાશે.

● દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન

ઉદાહરણ-5 : ( $n =$  એકી સંખ્યા)

નીચે આપેલ સામાયિક શ્રેણી માટે દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2021ના વર્ષનું અંદાજિત ઉત્પાદન મેળવો.

વર્ષ	2015	2016	2017	2018	2019
ઉત્પાદન (હજાર ટનમાં)	3	5	6	7	9

જવાબ :

વર્ષ =  $t$  અને ઉત્પાદન =  $y$  ધારો અને નીચે મુજબ કોષ્ટક તૈયાર કરો ( $x = t - 2017$ ) ધારો.

વર્ષ $t$	ઉત્પાદન (હજાર ટનમાં) $y$	$x$	$xy$	$x^2$	$x^2y$	$x^3$	$x^4$
2015	3	-2	-6	4	12	-8	16
2016	5	-1	-5	1	5	-1	1
2017	6	0	0	0	0	0	0
2018	7	1	7	1	7	1	1
2019	9	2	18	4	36	8	16
કુલ	30	0	14	10	60	0	34

અહીં  $\Sigma y = 30$ ,  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma xy = 14$ ,  $\Sigma x^2 = 10$ ,  $\Sigma x^2y = 60$ ,  $\Sigma x^3 = 0$ ,  $\Sigma x^4 = 34$  અને  $n = 5$

દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન :

$$y = a + bx + cx^2$$

પ્રમાણ્ય સમીકરણો;

$$\Sigma y = an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \text{ — (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 \text{ — (2)}$$

$$\Sigma x^2y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 \text{ — (3)}$$

કોષ્ટકમાં મળેલ કિંમતો સમીકરણોમાં મુકતા,

$$30 = 5a + b(0) + 10c \text{ — (1)}$$

$$14 = a(0) + 10b + c(0) \text{ — (2)}$$

$$60 = 10a + b(0) + 34c \text{ — (3)}$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$14 = 10b$$

$$\therefore b = \frac{14}{10} = 1.4$$

સમીકરણ (1) અને (3) ઉપરથી

$$30 = 5a + 10c \text{ — (1)}$$

$$60 = 10a + 34c \text{ — (2)}$$

સમીકરણ (1)ને 2 વડે ગુણી તેમાંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં

$$60 = 10a + 20c \quad \text{--- (1)}$$

$$60 = 10a + 34c \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline 0 = -14c \end{array}$$

$$\therefore c = -\frac{0}{14} = 6$$

$c$  ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મુકતાં

$$30 = 5a + 10 \cdot 6 \quad \text{--- (1)}$$

$$30 = 5a$$

$$\therefore a = \frac{30}{5} = 6$$

$a$ ,  $b$  અને  $c$  ની કિંમતો દ્વિઘાત પરવલણના સમીકરણમાં મુકતા

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = 6 + 1.4x + (0)x^2$$

$$y = 6 + 1.4(t - 2017)$$

જે દ્વિઘાત પરવલણનું અન્વાયેજન કહેવાય.

હવે, 2021 ના વર્ષનું અંદાજિત ઉત્પાદન શોધવા  $t = 2021$  લેતા

$$y = 6 + 1.4(2021 - 2017)$$

$$= 6 + 1.4(4)$$

$$= 6 + 5.6$$

$$= 11.6 \text{ હજાર ટન}$$

**ઉદાહરણ-6 :** ( $n =$  બેકી સંખ્યા)

નીચે આપેલ માહિતી પરથી દ્વિઘાત પરવલણનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2022 ના વર્ષનું પૂર્વાનુમાન કરો.

વર્ષ	2013	2014	2015	2016	2017	2018
નફો (રૂ. કરોડમાં)	10	11	12	14	15	16

**જવાબ :**

વર્ષ =  $t$  અને નફો (રૂ. કરોડમાં) =  $y$  તથા  $x = 2(t - 2015.5)$  ધારી નીચે મુજબ કોષ્ટકની રચના કરો.

(2015.5 એ 2015 અને 2016ના વર્ષની સરેરાશ છે. કારણ અહીં  $n =$  બેકી સંખ્યા આપેલી છે.)

વર્ષ $t$	નફો (રૂ. કરોડમાં) $y$	$x$	$xy$	$x^2$	$x^2y$	$x^3$	$x^4$
2013	10	-5	-50	25	250	-125	625
2014	11	-3	-33	9	99	-27	81
2015	12	-1	-12	1	12	-1	1
2016	14	1	42	1	14	1	1
2017	15	3	75	9	135	27	81
2018	16	5	80	25	400	125	625
કુલ	78	0	102	70	910	0	1414

અહીં  $\Sigma y = 78$ ,  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma xy = 102$ ,  $\Sigma x^2 = 70$ ,  $\Sigma x^2 y = 910$ ,  $\Sigma x^3 = 0$ ,  $\Sigma x^4 = 1414$  અને  $n = 6$   
 દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયેજન :

$$y = a + bx + cx^2$$

પ્રમાણ્ય સમીકરણો

$$\Sigma y = an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \quad \text{— (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 \quad \text{— (2)}$$

$$\Sigma x^2 y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 \quad \text{— (3)}$$

કોષ્ટકમાં મળેલ કિંમતો સમીકરણોમાં મુકતા,

$$78 = 6a + b(0) + 70c \quad \text{— (1)}$$

$$102 = a(0) + 70b + c(0) \quad \text{— (2)}$$

$$910 = 70a + b(0) + 1414c \quad \text{— (3)}$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$102 = 70b$$

$$\therefore b = \frac{102}{70} = 1.46$$

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (3) ઉપરથી

$$78 = 6a + 70c \quad \text{— (1)}$$

$$910 = 70a + 1414c \quad \text{— (3)}$$

સમીકરણ (1) ને 70 વડે અને સમીકરણ (3) ને 6 વડે ગુણતા

$$5460 = 420a + 4900c \quad \text{— (1)}$$

$$5460 = 420a + 8484c \quad \text{— (3)}$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ - \\ \hline 0 = -3584c \end{array}$$

$$\therefore c = -\frac{0}{3584} = 0$$

$c$  ની કિંમત સમીકરણ (1) મા મુકતાં

$$78 = 6a + 70(0)$$

$$78 = 6a$$

$$\therefore a = \frac{78}{6} = 13$$

$a$ ,  $b$  અને  $c$  ની કિંમતો દ્વિઘાત પરવલણના સમીકરણમાં મુકતા

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = 13 + 1.46x + (0)x^2$$

$$y = 13 + 1.46(t - 2015.5)$$

જે દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન છે.

2022 ના વર્ષનું પૂર્વાનુમાન શોધવા  $t = 2022$  મુકતા

$$\begin{aligned} y &= 13 + 1.46 \{2022 - 2015.5\} \\ &= 13 + 1.46 (6.5) \\ &= 22.49 \text{ કરોડ રૂ. નફો} \end{aligned}$$

**નોંધ :** જ્યારે 'y' ની કિંમત ત્રણ કે તેથી વધુ આંકડામાં આપેલી હોય (મોટી હોય) ત્યારે દાખલો નીચે મુજબ ગણવાથી ગણતરી સહેલી બને છે.

**ઉદાહરણ-7 :**

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન કરો.

વર્ષ	2010	2012	2014	2016	2018
વેચાણ (લાખ રૂ.માં)	250	310	330	390	320

**જવાબ :**

આપેલા ઉદાહરણમાં વર્ષને  $t$  અને વેચાણને  $S$  વડે દર્શાવો. અહીં  $x = \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\}$  અને  $y = \{S - 320\}$

લેવાથી ગણતરી સહેલી થશે.

વર્ષ $t$	વેચાણ $S$ (લાખ રૂ.માં)	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$x^2y$	$x^3$	$x^4$
2010	250	-2	-70	140	4	-280	-8	16
2012	310	-1	-10	10	1	-10	-1	1
2014	330	0	10	10	0	0	0	0
2016	390	1	70	70	1	70	1	1
2018	320	2	0	0	4	0	8	16
કુલ	-	0	0	220	10	-220	0	34

અહીં  $\Sigma x = 0$ ,  $\Sigma y = 0$ ,  $\Sigma xy = 220$ ,  $\Sigma x^2 = 10$ ,  $\Sigma x^2y = 220$ ,  $\Sigma x^3 = 0$ ,  $\Sigma x^4 = 34$  અને  $n = 5$

દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન :

$$y = a + bx + cx^2$$

પ્રમાણ્ય સમીકરણો

$$\Sigma y = an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 \quad \text{--- (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 \quad \text{--- (2)}$$

$$\Sigma x^2y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 \quad \text{--- (3)}$$

કોષ્ટકમાં મળેલ કિંમતો સમીકરણોમાં મુકતા,

$$0 = 5a + b(0) + 10c \quad \text{--- (1)}$$

$$220 = a(0) + 10b + c(0) \quad \text{--- (2)}$$

$$-220 = 10a + b(0) + 34c \quad \text{--- (3)}$$

સમીકરણ (2) ઉપરથી

$$220 = 10b$$

$$\therefore b = \frac{220}{10} = 22$$

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (3) ઉપરથી

$$0 = 5a + 10c \quad \text{--- (1)}$$

$$-220 = 10a + 34c \quad \text{--- (3)}$$

સમીકરણ (1) ને 2 વડે અને ગુણી (3)માંથી બાદ કરતાં

$$0 = \cancel{10}a + 20c \quad \text{--- (1)}$$

$$-220 = \cancel{10}a + 34c \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ - \\ \hline 220 = -14c \end{array}$$

$$\therefore c = -\frac{220}{14}$$

$$= -15.71$$

$c$  ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મુકતાં

$$0 = 5a + 10(-15.71)$$

$$0 = 5a - 157.1$$

$$5a = 157.1$$

$$\therefore a = \frac{157.1}{5} = 31.42$$

$a$ ,  $b$  અને  $c$  ની કિંમતો દ્વિઘાત પરવલયના સમીકરણમાં મુકતા

$$y = 31.42 + 22x - 15.71x^2$$

હવે,  $y = S - 320$  અને  $x = \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\}$  મુકતા

$$S - 320 = 31.42 + 22 \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\} - 15.71 \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\}^2$$

દ્વિઘાત પરવાલયનું અન્વાયોજન

$$S = 351.42 + 22 \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\} - 15.71 \left\{ \frac{t-2014}{2} \right\}^2$$

### 8.9 મૌસમી વધઘટ શોધવાની રીત :

મૌસમી વધઘટ અઠવાડિયે, મહિને કે ત્રણ-ચાર મહિને થતી જોવા મળે છે. જે નીચેની રીતે શોધી શકાય.

પગલું-1 : આપેલી માહિતીને જુદા જુદા વર્ષો માટે ઋતુ પ્રમાણે કે ચક્ર પ્રમાણે ઊભા ખાનામાં એક પછી એક લખો.

પગલું-2 : ઋતુ કે ચક્ર જેટલો સમયગાળો લઈ આપેલ માહિતીનો ચલિત સરવાળો શોધી તેની ચલિત સરેરાશ (વલણ) શોધો.

પગલું-3 : મૂળ માહિતીમાંથી વલણ બાદ કરી અલ્પકાલીન વધઘટ મેળવો.

પગલું-4 : મેળવેલી બધી જ ઋતુઓની પૈકી દરેક ઋતુની અલ્પકાલીન વધઘટોનો સરવાળો કરી તેની સરેરાશ મેળવી તેમાં સુધારો (જ્યાં સુધારો = ઓછાના ચિહ્ન સાથેની સરેરાશની સરેરાશ) ઉમેરતા જે કિંમત મળે છે તેને મૌસમી વધઘટ કહે છે.

નોંધ : અનિયમિત વધઘટ શોધવી હોય તો તે નીચેના સૂત્રની મદદથી શોધી શકાશે.

અનિયમિત વધઘટ = અલ્પકાલીન વધઘટ – મૌસમી વધઘટ

### 8.10 ઉદાહરણો :

#### ઉદાહરણ-1 :

નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી ચલિત સરેરાશની રીતે મૌસમી વધઘટો શોધો.

વર્ષ	ભાવ શિયાળો	ઉનાળો	ચોમાસુ
2015	110	125	160
2016	120	150	165
2017	140	145	170
2018	145	130	175

#### જવાબ :

અહીં ત્રણ ઋતુઓ આપેલી છે. તેથી ત્રણ વર્ષની ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધીશું. (ધારો કે શિયાળો =  $Q_1$ , ઉનાળો =  $Q_2$  અને ચોમાસુ =  $Q_3$ )

વર્ષ ઋતુ		ભાવ $y$	ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરવાળો	વલણ (T) $\div 3$ $= y - T$	અલ્પકાલીન વધઘટ (S)	મૌસમી વધઘટ
2015 –	$Q_1$	110	-	-	-	-
	$Q_2$	125	395	131.67	-6.67	-6.76
	$Q_3$	160	405	135.00	25.00	18.65
2016 –	$Q_1$	120	430	143.33	-25.33	-11.90
	$Q_2$	150	435	145.00	5.00	-6.76
	$Q_3$	165	455	151.67	13.33	18.65
2017 –	$Q_1$	140	450	150.00	-10.00	-11.90
	$Q_2$	145	455	151.67	-6.67	-6.76
	$Q_3$	170	460	153.33	16.67	18.65
2018 –	$Q_1$	145	445	148.33	-3.33	-11.90
	$Q_2$	130	450	15.00	-20.00	-6.76
	$Q_3$	175	-	-	-	-

અલ્પકાલીન વધઘટોની કિંમતો નીચે કોષ્ટકમાં દર્શાવ્યા મુજબ લખો અને મૌસમી વધઘટની ગણતરી કરો.

વર્ષ	ભાવ		
	શિયાળો-Q <sub>1</sub>	ઉનાળો-Q <sub>2</sub>	ચોમાસુ-Q <sub>3</sub>
2015	-	6.67	25.00
2016	-23.33	5.00	13.33
2017	-10.00	-6.67	16.67
2018	-3.33	-20.00	-
સરવાળો	-36.66	-28.34	55.00
સરેરાશ	-12.22	-7.08	18.33
સુધારો	+0.32	+0.32	+0.32
મૌસમી વધઘટ	-11.90	-6.67	18.65

સુધારો = વિરુદ્ધ ચિહ્ન સાથે સરેરાશની સંખ્યા

$$= - \left\{ \frac{-12.22 - 7.08 + 18.33}{3} \right\}$$

$$= - \left\{ \frac{-0.97}{3} \right\}$$

$$= 0.32$$

મૌસમી વધઘટ = સરેરાશ + સુધારો

$$Q_1 \text{ મૌસમી વધઘટ} = -12.22 + (0.32) = -11.90$$

$$Q_2 \text{ મૌસમી વધઘટ} = -7.08 + (0.32) = -6.76$$

$$Q_3 \text{ મૌસમી વધઘટ} = 18.33 + (0.32) = 18.65$$

જે મૌસમી વધઘટના ખાનામાં લખો.

**ઉદાહરણ-2 :**

નીચે આપેલી ઉપરથી ચલિત સરેરાશની રીતે મૌસમી વધઘટો શોધો. તે ઉપરથી અનિયમિત વધઘટ પણ મેળવો.

વર્ષ/ ઋતુ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2015	4	5	7	9
2016	3	4	6	8
2017	7	6	8	9
2018	6	5	7	8

**જવાબ :**

અહીં ચાર ઋતુઓ આપેલી છે. તેથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધીશું.

વર્ષ ઋતુ	ભાવ $y$	ચાર વર્ષિય ચલિત સરવાળો	ચાર વર્ષનો બે વર્ષિય સરવાળો	વલણ (T) $\div 8$	અલ્પકાલીન વધઘટ $S = y - T$	મૌસમી વધઘટ (C)	અનિયમિત વધઘટ $I = S - C$
2015 - Q <sub>1</sub>	4	-					
Q <sub>2</sub>	5	25					
Q <sub>3</sub>	7	24	49	6.13	0.88	0.55	0.33
Q <sub>4</sub>	9	23	47	5.88	3.13	2.14	0.99
2016 - Q <sub>1</sub>	3	22	45	5.63	-2.63	-1.20	-1.43
Q <sub>2</sub>	4	21	43	5.38	-1.38	-1.49	0.11
Q <sub>3</sub>	6	25	46	5.75	0.25	0.55	-0.30
Q <sub>4</sub>	8	27	52	6.50	1.50	2.14	-0.64
2017 - Q <sub>1</sub>	7	29	56	7.00	0.00	-1.20	1.20
Q <sub>2</sub>	6	30	59	7.38	-1.38	-1.49	0.11
Q <sub>3</sub>	8	29	59	7.38	0.63	0.55	0.07
Q <sub>4</sub>	9	28	57	7.13	1.88	2.14	-0.26
2018 - Q <sub>1</sub>	6	27	55	6.88	-0.88	-1.20	0.32
Q <sub>2</sub>	5	26	53	6.63	-1.63	-1.49	-0.14
Q <sub>3</sub>	7	-	-	-	-	-	-
Q <sub>4</sub>	8	-	-	-	-	-	-

હવે અલ્પકાલીન વધઘટોની કિંમતો નીચે દર્શાવ્યા મુજબ કોષ્ટકમાં લખો અને મૌસમી વધઘટની ગણતરી કરો.

વર્ષ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2015	-	-	0.88	3.13
2016	-2.63	-1.38	0.25	1.50
2017	0.00	-1.38	0.63	1.88
2018	-0.88	-1.63	-	-
સરવાળો	-3.51	-4.39	1.76	6.51
સરેરાશ	-1.17	-1.46	0.58	2.17
સુધારો	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
મૌસમી વધઘટ	-1.20	-1.49	0.55	2.14
સુધારો = ઋણ ચિહ્ન સાથે સરેરાશની સરેરાશ				

$$= -\left\{\frac{-1.17 - 1.46 + 0.58 + 2.17}{4}\right\}$$

$$= -\left(\frac{0.13}{4}\right)$$

$$= -0.03$$

મૌસમી વધઘટ = સરેરાશ + સુધારો

$$Q_1 \text{ મૌસમી વધઘટ} = -1.17 - 0.03 = -1.20$$

$$Q_2 \text{ મૌસમી વધઘટ} = -1.46 - 0.03 = -1.49$$

$$Q_3 \text{ મૌસમી વધઘટ} = 0.58 - 0.03 = 0.55$$

$$Q_4 \text{ મૌસમી વધઘટ} = 2.17 - 0.03 = 2.14$$

અનિયમિત વધઘટ = અલ્પ. વધઘટ - મૌસમી વધઘટ

$$I = S - C$$

$$\text{દા.ત. } Q_3 \text{ ની } I = 0.88 - 0.55 = 0.33$$

આમ સૌપ્રથમ મૌસમી વધઘટ શોધી તેને આગળ દર્શાવ્યા મુજબ અલ્પકાલીન વધઘટની બાજુના ખાનામાં Q<sub>3</sub> ની મૌસમી વધઘટ = 0.55, Q<sub>4</sub> ની મૌસમી વધઘટ = 2.14, Q<sub>1</sub> ની મૌસમી વધઘટ = -1.20 અને Q<sub>2</sub> ની મૌસમી વધઘટ = -1.49, ..... આ રીતે છેલ્લે સુધી લખો.

હવે અનિયમિત વધઘટના સુત્રનો ઉપયોગ કરી મૌસમી વધઘટની બાજુના ખાનામાં લખો.

### 8.11 મૌસમી સૂચકાંક શોધવાની રીત :

પગલું-1 : જુદા જુદા વર્ષોની દરેક ઋતુની કિંમતનો સરવાળો કરો.

પગલું-2 : મળેલ સરવાળાને વર્ષની કુલ સંખ્યા વડે ભાગી સરેરાશ મેળવો જેને  $\bar{x}_i$  વડે દર્શાવો.

પગલું-3 : દરેક સરેરાશનો સરવાળો કરી તેને કુલ સંખ્યા વડે ભાગી સરેરાશની સરેરાશ  $\bar{\bar{x}}$  શોધો.

તેનું સૂત્ર  $\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{n}$

પગલું-4 : દરેક માસ માટે મૌસમી સૂચકાંક નીચેના સૂત્રથી શોધો.

મૌસમી સૂચકાંક =  $\frac{\bar{x}_i}{\bar{x}} \times 100$

જ્યાં  $i = 1, 2, \dots$

### 8.12 ઉદાહરણ :

ઉદાહરણ-1 :

નીચેની માહિતી ઉપરથી મૌસમી સૂચકાંક શોધો.

વર્ષ / ઋતુ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2016	60	50	52	65
2017	65	62	60	62
2018	65	60	63	50
2019	60	53	45	53

જવાબ :

વર્ષ / ઋતુ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2016	60	50	52	65
2017	65	62	60	62
2018	65	60	63	50
2019	60	53	45	53
સરવાળો	250	225	220	230
સરેરાશ ( $\bar{x}_i$ )	62.5	56.25	55	57.5
	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$

સરેરાશની સરેરાશ

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4}{4} \\ &= \frac{62.5 + 56.25 + 55 + 57.5}{4} \\ &= \frac{231.25}{4} = 57.81 \end{aligned}$$

$$Q_1 \text{ નો મૌસમી સૂચકાંક} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{62.5}{57.81} \times 100 = 108.11$$

$$Q_2 \text{ નો મૌસમી સૂચકાંક} = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{56.25}{57.81} \times 100 = 97.30$$

$$Q_3 \text{ નો મૌસમી સૂચકાંક} = \frac{\bar{x}_3}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{55}{57.81} \times 100 = 95.14$$

$$Q_4 \text{ નો મૌસમી સૂચકાંક} = \frac{\bar{x}_4}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{57.5}{57.81} \times 100 = 99.46$$

### 8.13 સ્વાધ્યાય (તમારી પ્રગતિ ચકાસો) :

- (1) સમજાવો : ચલિત સરેરાશની રીત
- (2) ચલિત સરેરાશની રીતની ધારણાઓ લખો.
- (3) ચલિત સરેરાશની રીત કયા સિદ્ધાંત ઉપર આધારિત છે. (જવાબ : સરેરાશના સિદ્ધાંત)
- (4) ચલિત સરેરાશનું બીજું નામ જણાવો.  
(જવાબ : એકોત્તર સરેરાશ અને પરંપરિત સરેરાશની રીત)
- (5) ચલિત સરેરાશની રીતની ગણતરી કયા સમયના ગાળાઓને ધ્યાનમાં રાખીને કરવામાં આવે છે.  
(જવાબ : એકી ચક્રિય ગાળો અને બેકી ચક્રિય ગાળો)
- (6) ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીત લખો.
- (7) પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીત લખો.
- (8) સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીત લખો.
- (9) ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીત લખો.
- (10) ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીતની મર્યાદા લખો.
- (11) પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીતની મર્યાદા લખો.
- (12) સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની ગણતરીની રીતની મર્યાદા લખો.
- (13) ચલિત સરેરાશની રીતના લાભાલાભ જણાવો.
- (14) અલ્પકાલીન વધઘટ શોધવાનું સૂત્ર લખો.  
(જવાબ : અલ્પકાલીન વધઘટ =  $y - T$  (મૂ. માહિતી - વલણ))
- (15) ન્યૂનતમ વર્ગોની રીત સવિસ્તાર સમજાવો.

- (16) સુરેખાનું અન્વાયોજનનું સમીકરણ લખો.
- (17) સુરેખાના અન્વાયોજનના પ્રમાણ્ય સમીકરણો લખો.
- (18) દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજનનું સમીકરણ જણાવો.
- (19) દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજનના પ્રમાણ્ય સમીકરણો લખો.
- (20) ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતના લાભો સમજાવો.
- (21) ન્યૂનતમ વર્ગોની રીતની મર્યાદા લખો.
- (22) મૌસમી વધઘટ શોધવાની રીત લખો.
- (23) મૌસમી સૂચકઆંક શોધવાની રીત લખો.
- (24)નીચે આપેલા દાખલા ગણો. (જાતે કરો.)

1. નીચે આપેલ સામાયિક શ્રેણી માટે ત્રિવર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ મેળવો.  
ઉપરાંત મૂળ માહિતી અને વલણને એક જ આલેખ પત્ર ઉપર દર્શાવતો આલેખ દોરો.

વર્ષ	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
(કરોડ રૂ.માં)	4	7	10	6	7	11	9	8	
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
	17	11	12	20	17	23	20	18	17

જવાબ : વલણ : -, 7, 7.67, 7.67, 8, 9, 9.33, 11.33, 12, 13.33, 14.33, 16.33, 20, 20.33, 18, 33, -.

અલ્પકાલીન વધઘટ : 0, 2.33, -1.67, -1, 2, -0.33, -3.33, 5, -2.33, -2.33, 3.67, -3, 3, -0.33, -0.33

2. નીચે આપેલી સામાયિક શ્રેણી માટે ત્રણ વર્ષની ચલિત સરેરાશ લઈ વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
સૂચકઆંક	106	116	101	91	81	96	86	76	61	66	71	86

જવાબ : વલણ : 107.67, 102.67, 91, 89.33, 87.67, 86, 74, 33, 67.67, 66, 74.33

અલ્પકાલીન વધઘટ : 8.33, -1.67, 0, -8.33, 8.33, 0, 1.67, -6.67, 0, -3.33

3. ત્રણ વર્ષની ચલિત સરેરાશ લઈ વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ઉત્પાદન (ટનમાં)	326	355	395	390	400	403	408	425	403	436	453	405

જવાબ : વલણ : 358.67, 380, 395, 397.67, 403.67, 412, 430.67, 431.33

અલ્પકાલીન વધઘટ : -3.67, 15, -5, 2.33, -0.67, -4, 13, -18.33, 5.33, 21.67

4. નીચે આપેલી માહિતી પરથી પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019				
ઉત્પાદન (ટનમાં)	11	15	21	30	37	13	18	24	29	39	15	22
	26	33	41	12	21	31	35	43				

જવાબ : વલણ : 22.80, 23.20, 23.80, 24.40, 24.20, 24.60, 25, 25.80, 26.20, 27, 27.40, 26.80,  
26.60, 27.60, 28, 28.40

અલ્પકાલીન વધઘટ : -1.80, 6.80, 13.20, -11.40, -6.20, -0.60, 4, 13.20, -11.20, -5, -1.40, 6.20,  
14.40, -15.60, -7, 2.60

5. નીચે આપેલી માહિતી પરથી પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
	2016	2017	2018	2019							
નફો (કરોડમાં)	14 30	17 24	20 26	18 42	32	26	24	27	30	38	28

જવાબ : વલણ : 20.20, 22.60, 24, 25.40, 27.80, 29, 29.40, 30.6, 30, 29.2, 30

અલ્પકાલીન વધઘટ : -0.20, -4.60, 8, 0.6, -3.8, -2, 0.60, 7.4, -2, -0.8, -6

6. નીચે આપેલી સામાયિક શ્રેણીની મદદથી ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
	2016	2017										
નફો (કરોડ રૂ.માં)	14 29 24	18 47 23	24 22	33 15	39 24	16 34	45 25	27 28	32 51	25 20	18 24	25 26

જવાબ : અહીં ચલિત સરેરાશનો ગાળો આપેલ નથી. તેથી તેની વધઘટ તપાસતા તે દર સાત વર્ષે વધતી દેખાય છે. તેથી સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશ શોધાશે.

વલણ : 27, 28.86, 30.86, 31, 28.86, 26.86, 25.71, 28, 28, 27.86, 28.43, 28.14, 29.43, 29.71, 28.29, 28

અલ્પકાલીન વધઘટ : 6, 10.14, -14.86, 14, -1.86, 5.14, -3.71, -11, -3.29, 3.14, 21.29, -6, -13,  
-3.86, 5.57, -3.14, -1.43, 21.29, -8.29, -4.

7. નીચેની સામાયિક શ્રેણીની મદદથી સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019		
ઉત્પાદન (લાખ ટનમાં)	41 49	43 47	41 53	45 59	50 57	47 52	43 58	45 55	45 64	51	43

જવાબ : વલણ : 44.29, 44.86, 45.14, 46.57, 46.29, 46.14, 46.14, 47.57, 49.57, 51.29, 51.43,  
53.57, 54.43, 56.85

8. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી યોગ્ય ચલિત સરેરાશ લઈ વલણ અને અલ્પકાલીન વધઘટ શોધો.

વર્ષ	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019						
નફો (કરોડ રૂ.માં)	8 27	11 24	14 38	30 24	11 18	15 20	13 35	32	21	15	16	36	21

જવાબ : અહીં દર ચાર વર્ષે નફામાં વધારો થતો દેખાય છે. તેથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધો.  
વલણ : 16.13, 17, 17.38, 17.5, 19, 20.25, 20.63, 21.5, 22, 23.5, 26, 27.25, 27.88, 27.13, 25.5, 24.63

અલ્પકાલીન વધઘટ : -2.13, 13, -6.38, -2.5, -6, 11.75, 0.38, -6.5, -6, 12.5, -5, -0.25, -3.88, 10.88, -1.5, -6.63

9. નીચેની સામાયિક શ્રેણીની મદદથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશ લઈ વલણ શોધો.

વર્ષ	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
વેચાણ (કરોડ રૂ.માં)	3	7	2	6	4	8	3	7	5	9	4

જવાબ : 4.625, 4.875, 5.125, 5.375, 5.625, 5.875, 6.125

10. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2021 વર્ષ માટે નફાનું પૂર્વાનુમાન મેળવો.

વર્ષ	2015	2016	2017	2018	2019
નફો (લાખ રૂ.માં)	45	55	67	63	65

જવાબ :  $a = 59$ ,  $b = 4.8$ ,  $y = 59 + 4.8(t - 2017)$

$$y = 78.2 \text{ લાખ ટન}$$

11. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2022 ના વર્ષ માટે ઉત્પાદનનું અનુમાન કરો.

વર્ષ	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ઉત્પાદન (લાખ ટનમાં)	12	15	18	12	20	12

જવાબ :  $a = 14.83$ ,  $b = 0.13$ ,  $y = 14.83 + 0.13[2(t - 2016.5)]$

$$y = 16.26$$

12. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી સુરેખાનું અન્વાયોજન કરો.

વર્ષ	2011	2013	2015	2017	2019
નફો (કરોડમાં)	20	25	34	46	60

જવાબ :  $a = 37$ ,  $b = 10.1$ ,  $y = 37 + 10.1(t - 2015)$

13. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી દ્વિઘાતી પરવલયનું અન્વાયોજન કરો અને તે ઉપરથી 2021 માટે ઉત્પાદનનું પૂર્વાનુમાન કરો.

વર્ષ	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ઉત્પાદન (લાખ ટનમાં)	7	8	9	11	12	13	10

જવાબ :  $a = 11.04$ ,  $b = 0.79$ ,  $c = -0.26$

$$y = 11.04 + 0.79 (t - 2016) - 0.26 (t - 2016)^2$$

$$y = 8.49 \text{ લાખ ટન}$$

14. નીચે આપેલી માહિતીને આધારે દ્વિઘાત પરવલયનું અન્વાયોજન કરો.

વર્ષ	2015	2016	2017	2018	2019	2020
ઉત્પાદન (હજાર ટનમાં)	100	105	126	130	180	190

જવાબ :  $a = 145.03$ ,  $b = 9.7$ ,  $c = -0.56$

$$y = 145.03 + 9.7 [2(t - 2017.5)] - 0.56 [2(t - 2017.5)^2]$$

15. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધી તેની મોસમી વધઘટો મેળવો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ		
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
2017	20	25	35
2018	22	21	40
2019	25	30	42
2020	23	22	44

જવાબ : વલણ : 26.67, 27.33, 26, 27.67, 28.67, 31.67, 32.33, 31.67, 29, 29.67

અલ્પકાલીન વધઘટ : -1.67, 7.67, -4, -6.67, 11.33, -6.67, -2.33, 10.33, -6, -7.67

મોસમી વધઘટ :  $Q_1 = -5.44$ ,  $Q_2 = -4.46$ ,  $Q_3 = 9.90$

16. નીચેની આપેલી માહિતી ઉપરથી ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધી તેની મોસમી વધઘટ અને અનિયમિત વધઘટો શોધો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ		
	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
2016	15	20	25
2017	12	18	22
2018	12	13	24
2019	13	11	26

જવાબ : વલણ : 20, 19, 18.33, 17.33, 15.67, 16.33, 16.67, 16, 16.67

અલ્પકાલીન વધઘટ : 0, 6, -6.33, 0.67, 4.67, -3.67, -3.33, 7.33, -3, -5.67

મોસમી વધઘટ :  $Q_1 = -4.47$ ,  $Q_2 = -2.22$ ,  $Q_3 = 5.86$

-2.22, 5.86, -4.47, -2.22, 5.86, -4.47, -2.22, 5.86, -4.47, -2.22

અનિયમિત વધઘટ : અલ્પકાલીન વધઘટ - મોસમી વધઘટ

2.22, 0.14, -1.86, 2.89, -1.19, 0.81, -1.11, 1.47, 1.47, -3.44

17. નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી મોસમી વધઘટો અને અનિયમિત વધઘટો શોધો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2016	4	5	7	9
2017	3	4	6	8
2018	7	6	8	9
2019	6	5	7	8

જવાબ : અહીં ચાર મોસમ આપેલ છે. તેથી ચાર વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતે વલણ શોધાય.

વલણ : 6.13, 5.88, 5.63, 5.38, 5.75, 6.5, 7, 7.38, 7.38, 7.13, 6.88, 6.63

અલ્પકાલીન વધઘટ : 0.88, 3.13, -2.63, -1.38, 0.25, 1.5, 0, -1.38, 0.63, 1.88, -0.88, -1.63

મોસમી વધઘટ : Q<sub>1</sub> = -1.2, Q<sub>2</sub> = -1.49, Q<sub>3</sub> = 2.14

0.55, 2.14, -1.2, -1.49, 0.55, 2.14, -1.2, -1.49, 0.55, 2.14, -1.2, -1.49

અનિયમિત વધઘટ : 0.32, 0.99, -1.43, 0.11, -0.3, -0.64, 1.2, 0.11, 0.07, -0.26, 0.32, -0.14

18. નીચેની માહિતી ઉપરથી મોસમી સૂચકાંક શોધો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2016	50	40	40	40
2017	52	52	45	47
2018	55	45	52	50
2019	60	53	45	65

જવાબ :  $\bar{x} = 49.55$ , Q<sub>1</sub> = 109.73, Q<sub>2</sub> = 96.08, Q<sub>3</sub> = 92.04, Q<sub>4</sub> = 102.15

19. નીચેની માહિતી ઉપરથી મોસમી સૂચકાંક શોધો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2016	53	53	45	60
2017	62	62	60	62
2018	50	55	53	65
2019	60	50	52	60
2020	57	63	55	58

જવાબ :  $\bar{x} = 56.75$ , Q<sub>1</sub> = 99.38, Q<sub>2</sub> = 99.74, Q<sub>3</sub> = 93.39, Q<sub>4</sub> = 107.49

20. નીચેની માહિતી ઉપરથી મૌસમી સૂચકાંક શોધો.

વર્ષ/મોસમ	ભાવ			
	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>
2015	40	30	32	40
2016	42	42	40	42
2017	45	35	33	30
2018	40	33	25	33
2019	38	34	38	45

જવાબ :  $\bar{x} = 36.85$ ,  $Q_1 = 111.26$ ,  $Q_2 = 94.44$ ,  $Q_3 = 91.18$ ,  $Q_4 = 103.12$

8.14 ખાલી જગ્યા પુરો :

- (1) ચલિત સરેરાશની રીતને ..... અથવા ..... રીત તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.  
(જવાબ : એકોત્તર સરેરાશ, પરંપરિત સરેરાશ)
- (2) ચલિત સરેરાશની ગણતરી વખતે ..... અને ..... ચક્રિય ગાળાઓ ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે.  
(જવાબ : એકી, બેકી)
- (3) ત્રણ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતમાં ..... અને ..... વર્ષ વલણ મેળવી શકાતું નથી.  
(જવાબ : પ્રથમ, છેલ્લા)
- (4) પાંચ વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતમાં ..... અને ..... વર્ષનું વલણ મેળવી શકાતું નથી.  
(જવાબ : પ્રથમ બે, છેલ્લા બે)
- (5) સાત વર્ષિય ચલિત સરેરાશની રીતમાં ..... અને ..... વર્ષનું વલણ મેળવી શકાતું નથી.  
(જવાબ : પ્રથમ ત્રણ, છેલ્લા ત્રણ)
- (6) સુરેખાના અન્વાયોજનમાં ..... પ્રમાણ્ય સમીકરણોનો ઉપયોગ થાય છે.  
(જવાબ : બે)
- (7) દ્વિઘાત પરવલયના અન્વાયોજનમાં ..... પ્રમાણ્ય સમીકરણોનો ઉપયોગ થાય છે.  
(જવાબ : ત્રણ)
- (8) અનિયમિત વધઘટ = અલ્પકાલિન વધઘટ - ..... વધઘટ.  
(જવાબ : મૌસમી)
- (9) મૌસમી સૂચકાંક =  $\frac{\bar{x}_i}{\bar{x}} \times 100$   
(જવાબ :  $\bar{x}$ )
- (10) વિકસતા દેશમાં બેકારીનું પ્રમાણ એ ..... વલણ છે.  
(જવાબ : ઘટતું)
- (11) “મૂળ માહિતી અને અનુમાનિત કિંમત હંમેશા સરખી હોય છે.” આ વિધાન ..... છે.  
(જવાબ : ખોટું)

(12) સુરેખાનું અન્વાયોજન  $y = 60.75 + 2.58x$  છે. જ્યાં  $x = \left(\frac{\text{વર્ષ} - 2019}{2}\right)$  છે. તો વર્ષ 2025 માટે  $y$  નું

અનુમાન = .....

(જવાબ : 68.49)

(13) અલ્પકાલીન વધઘટ = મૂળ માહિતીમાંથી ..... બાદ કરવામાં આવે છે.

(જવાબ : વલણ)

(14) સામાયિક શ્રેણીની વધઘટમાં  $(Y - T) - \dots\dots\dots = I$

(જવાબ : C)

(15) વેચાણ  $y$  માટે દ્વિઘાતી પરવલયનું અન્વાયોજન નીચે મુજબ છે. જો  $x$  એ વર્ષ દર્શાવે તો વર્ષ 2021 માટે વેચાણ  $y$  નું અનુમાન કરો.

$$y = 25.19 + 5.15 [2(x - 2017.5)] + 0.24 [2(x - 2017.5)]^2$$

(જવાબ : 73)

### 8.15 ચાવીરૂપ શબ્દો :

- એકોત્તર સરેરાશ : ચલિત સરેરાશ
- એકી ચક્રિય ગાળો : એકી સંખ્યા ધરાવતો સમયાગાળો (જેમ કે, 3, 5, 7 ..... વર્ષનો ગાળો)
- ત્રિવર્ષિય : ત્રણ વર્ષનો ગાળો
- અલ્પકાલીન વધઘટ : ટૂંકાગાળામાં થતા ફેરફારો
- બેકી ચક્રિયગાળો : બેકી સંખ્યા ધરાવતો સમયાગાળો (જેમ કે, 4, 6, ..... વર્ષનો ગાળો)
- પૂર્વાનુમાન : ધારણા, અનુમાન
- દ્વિઘાત : બેઘાત (દા.ત.  $y = a + bx + cx^2$  માં  $x$  ની ઘાત 2 છે.)

### : સંદર્ભ ગ્રંથ :

- (1) Maisuria M. H. and Patel D. M. (2012), Business Research Methods, Akshar Publication, Ahmedabad.
- (2) Goon, Gupta and Das Gupta, 1987, Basic Statistics, The World Press Pvt. Ltd. Calcutta.
- (3) A. L. Nagar and R. K. Das, 1989, Basic Statistics, Oxford University Press, Delhi.