

રૂપરેખા

- 12.0 ઉદ્દેશ
- 12.1 પ્રસ્તાવના
 - 12.2.1 મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપનો અર્થ
- 12.3 મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનના માપો
 - 12.3.1 મધ્યક
 - 12.3.2 માધ્યકના લાભ-ગેરલાભ-ઉપયોગો
 - 12.3.3 મધ્યસ્થ
 - 12.3.4 મધ્યસ્થના લાભ-ગેરલાભ
 - 12.3.5 બહુલક
 - 12.3.6 બહુલકના લાભ-ગેરલાભ
- 12.4 સ્વાધ્યાય

12.0 ઉદ્દેશો

આ પ્રકરણનો મુખ્ય ઉદ્દેશ વિદ્યાર્થીઓ મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનો અર્થ સમજી શકે તેના પ્રકારો અંગે માહિતી મેળવી શકે તેના દ્વારા સંશોધન કાર્ય સરળતાથી કરી શકે તે છે. શૈક્ષણિક, ઔદ્યોગિક કે અન્ય ક્ષેત્રે ચોક્કસ પ્રકારની માહિતીનું વિશ્લેષણ સરળતાથી કરી શકે તેવો હેતુ છે.

12.1 પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થી મિત્રો આ અગાઉ આપણે માહિતીનું વર્ગીકરણ અને કોષ્ટક રચનાનું પ્રકરણ શીખી ગયા અને તેના દ્વારા માહિતીનું આવૃત્તિ વિતરણ કેવી રીતે તૈયાર કરી શકાય તે સમજી ગયા હવે માહિતીનું આવૃત્તિ વિતરણ જોતા માલુમ પડે છે કે શરૂઆત ના વર્ગોમાં આવૃત્તિ ઓછી હોય છે તે જ રીતે અંતિમ વર્ગોમાં પણ આવૃત્તિ ઓછી હોય છે જ્યારે માધ્યમ વર્ગોમાં આવૃત્તિ વધુ જોવા મળે છે. એટલે કે આવૃત્તિ મધ્ય ભાગમાં “પ્રામાંકોનો વિસ્તાર વધુ જોવા મળે છે. તેથી આ પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરવા માટે મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનો અભ્યાસ જરૂરી છે.

12.2 મધ્યવર્તી સ્થિતિનો અર્થ

આવૃત્તિ વિતરણમાં માહિતીના પ્રામાંકો માહિતી વિસ્તારના મધ્યભાગમાં વધુ ફેલાયેલાં હોય છે. આ પરિસ્થિતિને મધ્યવર્તી સ્થિતિ કહે છે.

12.2.1 મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપનો અર્થ

મધ્યવર્તી સ્થિતિની આસપાસ ગોઠવાયેલા પ્રામાંકો ના માપને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ કહે છે. તેને “કેન્દ્રિય વલણના માપ” તરીકે પણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં પ્રાપ્ત સંખ્યાત્મક માહિતીનું પ્રતિનિધિત્વ રજૂ કરતા મૂલ્ય કે આંક મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ કહે છે.

12.3 મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનના પ્રકારો

મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનને મુખ્યત્વે ત્રણ વિભાગોમાં વહેંચી શક્ય છે.

- (1) મધ્યક (Mean)
- (2) મધ્યસ્થ (Median)
- (3) બહુલક (Mode)

12.3.1 મધ્યક

માહિતીના પ્રાપ્તિકોના સરવાળાને કુલ પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા વડે ભાગવામાં આવે તો તે દ્વારા જે કિંમત મળે છે તેને માહિતીનો મધ્યક તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને તેને સંકેતમા \bar{x} (X-બાર) દર્શાવવામાં આવે છે. જે નીચેના સૂત્ર દ્વારા શોધી શકાય.

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = \frac{\text{પ્રાપ્તિકોનો સરવાળો}}{\text{પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા}}$$

(અસતત) અવર્ગીકૃત માહિતી માટે :

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = \frac{\sum xi}{N}$$

જ્યાં $\sum x$ = બધા પ્રાપ્તિકોનો સરવાળો

n = પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા

\sum = સર્વાલાનું ચિહ્ન

$$\sum_{i=1}^n xi = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + x_n$$

= II થી n પ્રાપ્તિકોનો સરવાળો

ઉદાહરણ : 1

એક વિદ્યાર્થીએ આંકડાશાસ્ત્ર મેળવેલ ગુણ અનુક્રમે 89, 96, 83, 93, 90 છે તો તે પરથી આપેલ માહિતીનો મધ્યક શોધો.

જવાબ : અહીં અવર્ગીકૃત (અસતત) માહિતી આપેલ છે.

તેથી મધ્યક = $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$ અહીં $n = 5$ = પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા

$$= \frac{89 + 96 + 83 + 93 + 90}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{451}{5} = 90.2.$$

➤ જ્યારે આપેલી માહિતીમાં પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા વધુ હોય અને અવર્ગીકૃત માહિતી આપેલી હોય તો તેવા સંજોગોમાં ટૂંકી રીત થી મધ્યક શોધવામાં આવે છે. અહીં ધારેલો મધ્યક છ લઈને નીચેના સૂત્રની મદદથી ગણતરી કરી મધ્યક શોધવામાં આવે છે.

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

જ્યાં A = ધારેલો મધ્યક

n = પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા

$d = (xi - A)$ = તફાવત

xi = પ્રાપ્તિકોની સંખ્યા

\sum = સરવાળો

નોંધ :-

ધારેલો મધ્યક A તરીકે આપેલ પ્રાપ્તિકોમાંથી કોઈ પણ પ્રાપ્તિકો પસંદ કરી શક્ય છે.

ઉદાહરણ : 2

F.Y. B.A.માં અભ્યાસ કરતાં એક વિદ્યાર્થીએ વિવિધ વિષયોમાં 50માંથી મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ છે. તે ઉપરથી (ટૂંકી રીતે) મધ્યક શોધો.

36, 38, 24, 43, 18, 37, 42, 32, 28, 27

જવાબ :

અહીં અવર્ગીકૃત (અસતત) માહિતી આપેલી છે અને ટૂંકી રીતે મધ્યક શોધવા સૌ પ્રથમ ધારેલો મધ્યક A નીચે મુજબ નક્કી કરીશું.

(A) ધારેલા મધ્યક તરીકે આપેલા “પ્રાપ્તિકોમાંથી કોઈપણ પ્રાપ્તિક લઈ શકાય.

અથવા

(B) ધારેલા મધ્યક = $A = \frac{\text{સૌથી મોટો પ્રાપ્તિક} + \text{સૌથી નાનો પ્રાપ્તિક}}{2}$

(A) ધારેલા મધ્યક A = 24 લઈ નીચે મુજબ મધ્યક શોધીશું.

“પ્રાપ્તિકો x_i	તફાવત $d = (x_i - A)$
36	36-24=12
38	38-24=24
24	24-24=0
43	43-24=19
18	18-24= -6
37	37-24=13
42	42-24=18
32	32-24=8
28	28-24=4
27	27-24=3
કુલ	$\Sigma d = 85$

$$\begin{aligned} \text{મધ્યક} &= A + \frac{\Sigma d}{n} \\ &= 24 + \frac{85}{10} \\ &= 24 + 8.5 \\ \bar{x} &= 32.5 \end{aligned}$$

(B) ધારેલો મધ્યક = $A = \frac{\text{સૌથી મોટો પ્રાપ્તિક} + \text{સૌથી નાનો પ્રાપ્તિક}}{2}$

$$= \frac{43+18}{2} = 30.5$$

A = 31 લઈ મધ્યક શોધીશું.

પ્રાપ્તિકો x_i	તફાવત $d = (x_i - A)$
36	36 - 31 = 5
38	38 - 31 = 7
24	24 - 31 = -7
43	43 - 31 = 12
18	18 - 31 = -13
37	37 - 31 = 6
42	42 - 31 = 11
32	32 - 31 = 1
28	28 - 31 = -3
27	27 - 31 = -4
કુલ	$\Sigma d = 15$

$$\begin{aligned} \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} &= A + \frac{\Sigma d}{n} = 31 + \frac{15}{10} \\ &= 31 + 1.5 \\ \bar{x} &= 32.5 \end{aligned}$$

- અસતત આવૃત્તિ વિતરણ માટે
- આવૃત્તિ અને પ્રામાંકો બંને આપેલ હોય ત્યારે મધ્યકની ગણતરી નીચેના સૂત્રથી કરી શક્ય.

$$(છ) \quad \text{મધ્યક} = \bar{x} = \frac{\sum fxi}{n}$$

જ્યાં f = આવૃત્તિ

xi = પ્રામાંકો

$n = \sum f$ = આવૃત્તિનો કુલસરવાળો

ઉદાહરણ : 3

આનલ ફ્લેટમાં રહેતા 20 કુટુંબના બાળકોની માહિતી નીચે મુજબ પ્રાપ્ત થઈ છે. તો તે ઉપરથી માહિતીનો મધ્યક શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

બાળકોની સંખ્યા	કુટુંબની સંખ્યા
0	1
1	2
2	4
3	4
4	5
5	4
કુલ	$\sum f = 20$

જવાબ : ધારોકે બાળકોની સંખ્યા = xi

કુટુંબોની સંખ્યા = fi

xi	fi	$fixi$
0	1	0
1	2	2
2	4	8
3	4	12
4	5	20
5	4	20
કુલ	20	62

$$\sum fi = n = 20$$

$$\sum fixi = n = 62$$

$$\text{મધ્યક} = \bar{x} = \frac{\sum fxi}{n}$$

$$= \frac{62}{20}$$

$$= 3.1$$

અર્થઘટન :

કુટુંબદીઠ બાળકોની સરેરાશ સંખ્યા 3.1 છે. એટલે કે દરેક કુટુંબમાં લગભગ 3 બાળકો છે.

➤ વર્ગીકૃત (સતત) માહિતી માટે આપણે અગાઉ અભ્યાસ કર્યો એ મુજબ વર્ગીકૃત (સતત) આવૃત્તિ વિતરણને મુખ્યત્વે બે વિભાગમાં વહેંચી શક્ય.

(A) નિવારક વર્ગવાળું આવૃત્તિ વિતરણ

(B) અનિવારક વર્ગવાળું આવૃત્તિ વિતરણ

(A) નિવારક વર્ગવાળું આવૃત્તિ વિતરણ આપેલું હોય ત્યારે મધ્યક ની ગણતરી નીચેના સૂત્રની મદદથી કરી શક્ય.

$$\text{સૂત્ર - (1)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} = A + \frac{\sum di}{n} \times i$$

જ્યાં A = ધારેલો મધ્યક

fi = આવૃત્તિઓ

di = (xi - A) = તફાવત

n = Σf

i = વર્ગ લંબાઈ

$$\text{સૂત્ર - (2)} \quad \text{મધ્યક} = \frac{\sum fixi}{n}$$

જ્યાં fi = આવૃત્તિઓ

n = Σf

xi = મધ્ય કિમત

(B) અનિવારક + વર્ગ વાળું આવૃત્તિ વિતરણ

$$\text{સૂત્ર - (3)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} = \frac{\sum fixi}{n}$$

જ્યાં fi = આવૃત્તિઓ

xi = મધ્ય કિમત

મધ્ય કિમત = $\frac{\text{ઉપલી સીમા} + \text{નીચલી સીમા}}{2}$

n = Σf

$$\text{સૂત્ર - (4)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\pi} = A + \frac{\sum fidi}{n}$$

જ્યાં A = ધારેલો મધ્યક

fi = આવૃત્તિઓ

di = (xi - A) = તફાવત

n = Σf

ઉદાહરણ :4

નીચેના કોષ્ટકમાં અમદાવાદ જિલ્લાના કાપડના વેપારીઓની આવક (હજારમાં) આપી છે. તો વ્યક્તિદીઠ સરેરાશ આવક શોધો.

આવક (હજારમાં)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
વેપારીઓની સંખ્યા	12	10	24	14	20

જવાબ :

આવક (હજારમા)	વેપારીઓની સંખ્યા fi	મધ્ય કિમત xi	$d + \frac{x - A}{i}$	$fidi$
0-10	12	5	$\frac{5 + 25}{10} = 2$	-24
10-20	10	15	$\frac{15 + 25}{10} = -1$	-10
20-30	24	25 = A	$\frac{25 + 25}{10} = 0$	0
30-40	14	35	$\frac{35 + 25}{10} = 1$	14
40-50	20	45	$\frac{45 + 25}{10} = 2$	40
-	80 = $\Sigma f = n$	-	-	20 = $\Sigma fidi$

સમજૂતી

$$\text{મધ્ય કિમત} = \frac{\text{નીચલી સીમા} + \text{ઉપલી સીમા}}{2} = \frac{0+10}{2} = 5$$

તેવીજ રીતે 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 ની મધ્ય કિમતો શોધી તેને x ધરો જે પૈકી વચ્ચેની કિમત 25 છે. તેને A ધારો.

➤ તફાવત $d + \frac{x - A}{i}$

જ્યાં $xi = x$ ની કિમત

$$A = 25$$

$$i = 10 \text{ વર્ગ લંબાઈ}$$

➤ $fidi = fi \times di$

$$\text{દા.ત. } 12 \times -2 = -24$$

સૂત્ર - (1) $\frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} = A + \frac{\Sigma fidi}{n} \times i$

$$= 25 + \frac{20}{80} \times 10$$

$$= 25 + 2.5$$

$$= 27.5$$

અથવા

આવક (હજારમા)	વેપારીઓની સંખ્યા fi	મધ્ય કિમત xi	$fixi$
0-10	12	5	60
10-20	10	15	150
20-30	24	25	600
30-40	14	35	490
40-50	20	45	900
-	80 = $\Sigma f = n$	-	2200 = $\Sigma fixi$

$$\text{સૂત્ર - (2)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\pi} = \frac{\sum fixi}{n} = \frac{2200}{80} = 27.5$$

ઉદાહરણ - 5 નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ પરથી મધ્યક શોધો

ગુણ	0થી વધુ	10થી વધુ	20થી વધુ	30થી વધુ	40થી વધુ	50થી વધુ
આવૃત્તિ	50	43	33	18	16	-

જવાબ

0 થી વધુની આવૃત્તિ

50

10 થી વધુની આવૃત્તિ

43

20 થી વધુની આવૃત્તિ

33

30 થી વધુની આવૃત્તિ

18

40 થી વધુની આવૃત્તિ

16

50 થી વધુની આવૃત્તિ

જે નીચે મુજબ સમજ શકાશે.

0-10 વર્ગની આવૃત્તિ = 0 થી વધુની આવૃત્તિ - પછીના વર્ગની આવૃત્તિ

તેવીજ રીતે = 50 - 43 = 7

10-20 વર્ગની આવૃત્તિ = 10 થી વધુ - 20 થી વધુની

= -43 - 33 = 10

20-30 વર્ગની આવૃત્તિ = 20 થી વધુ - 30 થી વધુ

= 33 - 18 = 18

30-40 વર્ગની આવૃત્તિ = 30 થી વધુ - 40 થી વધુ

= 18 - 16 = 2

40-50 વર્ગની આવૃત્તિ = 40 થી વધુ - 50 થી વધુ

= 16 - 0 = 16

વર્ગ	fi આવૃત્તિ	મધ્ય કિંમત xi	$d + \frac{x - A}{i}$	$fidi$
0-10	7	5	-2	-14
10-20	10	15	-1	-10
20-30	15	25=A	0	0
30-40	2	35	1	2
40-50	16	45	2	32
-	50 = $\sum fi = n$	-	-	10 = $\sum fidi$

$$\begin{aligned}
\text{સૂત્ર - (1)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} &= A + \frac{\Sigma fidi}{n} \times i \\
&= 25 + \frac{10}{50} \times 10 \\
&= 25 + 2 \\
&= 27
\end{aligned}$$

અથવા

વર્ગ	<i>fi</i> આવૃત્તિ	મધ્ય કિમત <i>xi</i>	<i>fidi</i>
0-10	7	5	35
10-20	10	15	150
20-30	15	25	375
30-40	2	35	70
40-50	16	45	720
-	50 = Σfi = n	-	1350 = Σfidi

$$\text{સૂત્ર - (2)} \quad \text{મધ્યક } \bar{x} = \frac{\Sigma fixi}{n} = \frac{1350}{50} = 27$$

ઉદાહરણ - ૬ નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

વર્ગ	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30
આવૃત્તિ	17	20	20	23	14	17

જવાબ

વર્ગ	<i>fi</i> આવૃત્તિ	મધ્ય કિમત <i>xi</i>	$d + \frac{x - A}{i}$	સૂત્ર-3 <i>fidi</i>	<i>fidi</i>
1-5	17	3	-2	-34	81
6-10	20	8	-1	-20	160
11-15	20	13=A	0	0	260
16-20	23	18	1	23	414
21-25	14	23	2	28	322
26-30	17	28	3	51	476
-	111 = Σfi = n	-	-	48 = Σfidi	1713 = Σfixi

$$\begin{aligned}
\text{સૂત્ર - (3)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} &= A + \frac{\Sigma fidi}{n} \\
&= 13 + \frac{48}{111} \\
&= 13 + 0.43 \\
&= 13.43
\end{aligned}$$

$$\text{સૂત્ર - (4)} \quad \frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} = \frac{\Sigma fixi}{n} = \frac{1713}{111} = 13.43$$

➤ અસમાન વર્ગ લંબાઈવાળું આવૃત્તિ વિતરણ

ઉદાહરણ – 7

આંકડાશાસ્ત્રની 25 ગુણની એક કસોટીમાં વિદ્યાર્થીઓએપ્રાપ્ત કરેલ ગુણનું આવૃત્તિ નીચે મુજબ છે તે ઉપરથી મધ્યક શોધો.

વિદ્યાર્થીઓના ગુણ	1	2	3	4-10	11-15	16-20	21-25
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	1	2	2	14	11	8	6

જવાબ ;

વિદ્યાર્થીઓના ગુણ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	મધ્ય કિંમત x_i	fix_i
1	1	1	1
2	2	2	4
3	2	3	6
4-10	14	7	98
11-15	11	13	143
16-20	8	18	144
21-25	6	23	138
-	44 $= \Sigma fi = n$	-	534 $= \Sigma fix_i$

સમજૂતી

મધ્ય કિંમત : અહીં શરૂઆતના ગુણો 1, 2, 3 પ્રાપ્તક સ્વરૂપે છે તેથી તેની મધ્ય કિંમત ફરીથી 1, 2, 3 કખાશે. જ્યારે ત્યાર પછીના વર્ગો માટે મધ્યક કિંમત અગાઉ શોધ્યા મુજબ શોધાશે.

$$(દા.ત... \frac{4+10}{4} = 7)$$

$$\frac{\text{મધ્યક}}{\bar{x}} = \frac{\Sigma fix_i}{n} = \frac{534}{44} = 12.14$$

12.3.2 મધ્યકના લાભ –ગેરલાભ – ઉપયોગો

➤ મધ્યકના લાભો

મધ્યકના લાભો નીચે મુજબ છે.

- (1) મધ્યક એ મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપોમાં સર્વશ્રેષ્ઠ માપ છે.
- (2) મધ્યક એ ખૂબજ ચોક્કસ માપ છે.
- (3) મધ્યકમાં પ્રાપ્તકોના વિચલનો નો સરવાળો શૂન્ય હોય છે.
- (4) મધ્યકની મદદથી બે જૂથો વચ્ચેની સરખામણી કરવી સરળ બને છે.
- (5) માહિતીના પ્રાપ્તકમાંથી કોઈપણ પ્રાપ્તક ઉમેરી કે દૂર કરી ફરીથી મધ્યક શોધી શકાય છે તેની અસર માપી શકાય છે.

➤ મધ્યકના ગેરલાભો

મધ્યકના ગેરલાભો નીચે મુજબ છે.

- (1) આલેખની મદદથી મધ્યક શોધી શકતો નથી.

- (2) અંતિમ પ્રાપ્તિકોની મધ્યક ઉપર થતી અસર જણાય આવે છે.
 - (3) ક્યારેક મધ્યકની કિંમત અયોગ્ય માર્ગે લઈ જાય છે.
 - (4) જ્યાં સુધી બધા પ્રાપ્તિકો કે માહિતી ન મળે ત્યાં સુધી મધ્યકની ગણતરી શક્ય બનતી નથી.
 - (5) મધ્યકની કિંમત કોઈકવાર અવ્યવહારુ નીવડે છે.
- **મધ્યકના ઉપયોગો**
- મધ્યકના ઉપયોગો નીચે મુજબ છે.
- (1) મધ્યકનું માપ શ્રેષ્ઠ હોવાથી વ્યવહારમા તેનો વ્યાપક ઉપયોગ થાય છે.
 - (2) સહ સંબંધ, નિયત સંબંધ જેવા આંકડાશાસ્ત્રીય માપોની ગણતરી માટે મધ્યક ઉપયોગી છે.
 - (3) માધ્યાકની મદદથી બધા જ પ્રાપ્તિકોની સંયુક્ત અસર જાણી શકાય છે.
 - (4) મધ્યક એ સરાસરીની તુલના કે સાર્થકતાની કક્ષા જાણવી ઉપયોગી છે.

12.3.3 મધ્યક

મધ્યસ્થ એ મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનું દ્વિતીય માપ છે તેમા શ્રેણીમાં આવેલા પ્રાપ્તિકોની ચઢતા કે ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવવામા આવે છે અને તેના મધ્યમાં આવેલ જે માપ શોધવામાં આવે છે તેને મધ્યસ્થ કહે છે. આ માપ માપ અડધા પ્રાપ્તિકો ઉપર અને અડધા પ્રાપ્તિકો નીચે આવેલા હોય છે.

➤ અવર્ગીકૃત માહિતી માટે

પ્રાપ્તિકો આપેલ હોય ત્યારે

જ્યારે અવર્ગીકૃત માહિત આપેલ હોય એટલે કે પ્રાપ્તિકો આપેલા હોય ત્યારે સૌ પ્રથમ આપેલા પ્રાપ્તિકો ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવો અને તેની મધ્યમાં આવેલા પ્રાપ્તિકોને મધ્યસ્થ કહેવાય.

દા.ત. 1 3 2 5 4 નો મધ્યસ્થ શોધો.

જવાબ ચઢતા ક્રમમાં 1 2 3 4 5

મધ્યસ્થ = મધ્યમા આવેલ પ્રાપ્તિક = 3

મધ્યસ્થના m વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને તેને નીચેના સૂત્ર દ્વારા શોધી શકાય.

મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

જ્યાં n = અવલોકનોની કુલ સંખ્યા

ઉદાહરણ - 8 નીચે આપેલ પ્રાપ્તિકનો મધ્યસ્થ શોધો.

15, 10, 13, 9, 12, 7, 8

જવાબ :

પ્રાપ્તિકોને ચઢતાં ક્રમમાં ગોઠવો.

7, 8, 9, 10, 12, 13, 15

$n = 7$ (એકી સંખ્યા)

મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

$= \frac{7+1}{2}$ મું અવલોકન

$= 4$ મું અવલોકન

$$M = 10$$

ઉદાહરણ - 9 નીચે આપેલ માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો.
5, 9, 13, 2, 14, 11

જવાબ

પ્રાપ્તિકોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતા

2, 5, 9, 11, 13, 14

$n = 6$ (વેકી સંખ્યા)

મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

$$= \frac{6+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= 3.5 \text{ મું અવલોકન}$$

$$= \frac{\text{ત્રીજું અવલોકન} + \text{ચોથું અવલોકન}}{2}$$

$$M = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

➤ પ્રાપ્તિક અને આવૃત્તિ આપેલ હોય ત્યારે.

આપેલ પ્રાપ્તિકને જોડકા સહીત ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવો અને નીચેના સૂત્રની મદદથી મધ્યસ્થ શોધો.

મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

C. F. ના જે ખાણમાં સમાયેલ હોય તે પ્રાપ્તિક

જ્યાં $n = \Sigma f =$ આવૃત્તિનો સરવાળો

ઉદાહરણ - 10

એક બહુમાળી મકાનમાં રહેતા કુટુંબના બાળકોની સંખ્યાની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે તો તે પરથી મધ્યસ્થ શોધો.

બાળકોની સંખ્યા	0	1	2	3	4	5
કુટુંબોની સંખ્યા	6	8	10	7	5	3

જવાબ :

ધારોકે બાળકોની સંખ્યા = x અને કુટુંબની સંખ્યા = f

x	f	સચ્ચી આવૃત્તિ(c.f.)
0	6	6
1	8	6+8=14
2	10	14+10=24
3 ←	7	24+7=31 →
4	5	31+5=36
5	3	36+3=39
કુલ	39 = $n = \Sigma f$	-

$\frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

$$= \frac{39+1}{2} \text{ મું અવલોકન} = 20 \text{ મું અવલોકન}$$

સંચયી આવૃત્તિના ખાનામાં જોતા 20 મું અવલોકન 31માં સમાવેલ છે. તેથી તેની સામે x આગળ પ્રાપ્તિક 3 છે. તેથી મધ્યસ્થ M = 3

ઉદાહરણ – 11

અંગ્રેજીમાં સ્પેલિંગ લેખન કસોટી દરમ્યાન કરેલી ભૂલો અને તેને અનુરૂપ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે. તે ઉપરથી મધ્યસ્થ શોધો.

ભૂલોની સંખ્યા	12	11	10	9	8	7	6	5
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	3	6	9	11	14	12	7	5

જવાબ :

ધારોકે ભૂલોની સંખ્યા = x અને વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા = f પ્રાપ્તિકને x ને આવૃત્તિ સહિત ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવવા.

x	F	c.f. (સંચયી આવૃત્તિ)
5	5	= 5
6	7	5+7 = 12
7	12	12+12 = 24
8 ←	14	24+14 = 38 →
9	11	38+11 = 49
10	9	49+9 = 58
11	6	58+6 = 64
12	3	64+3 = 67
કુલ	67 = n = Σf	-

$$\frac{n+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$\text{મધ્યસ્થ } M = \frac{n+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= \frac{67+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= 34 \text{ મું અવલોકન}$$

સંચયી આવૃત્તિના ખાતામાં જોતાં 34 મા પ્રાપ્તિકની કિમત 38 મા સમાયેલ છે તેથી તેની સામે x = 8 છે.

$$\text{મધ્યસ્થ } M = 8$$

➤ વર્ગીકૃત માહિતી માટે

વર્ગીકૃત માહિતીમા અનિવારક અને નિવારક ખર્ચ આપેલા હોય ત્યારે મધ્યસ્થ શોધવા નીચેના સુત્રનો ઉપયોગ થાય છે.

$$\text{મધ્યસ્થ વર્ગ } \frac{n}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$\text{મધ્યસ્થ} = M = L + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times i$$

જ્યાં L = જે વર્ગમાં મધ્યસ્થ હોય તે વર્ગનું અધઃ સીમાબિંદુ

c.f. = જે વર્ગમાં મધ્યસ્થ સમાયેલ હોય તે વર્ગના પહેલાંના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ

f = જે વર્ગમાં મધ્યસ્થ સમાયેલ હોય તે વર્ગની આવૃત્તિ

i = જે વર્ગમાં મધ્યસ્થ સમાયેલ હોય તે વર્ગની વર્ગ લંબાઈ

★ અનિવારક વર્ગનું ઉદાહરણ

ઉદાહરણ – 12 નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી મધ્યસ્થ શોધો.

વર્ગ	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
આવૃત્તિ	6	9	14	18	15	12	8	5

જવાબ :

ધારોકે વર્ગ = x આવૃત્તિ = f અને સંચયી આવૃત્તિ = $c.f.$

x	f	$c.f.$
0-9	6	= 6
10-19	9	6+9 = 15
20-29	14	15+14 = 29 →
30-39 ←	18 = f	29+18 = 47 →
40-49	15	47+15 = 62
50-59	12	62+12 = 74
60-69	8	74+8 = 82
70-79	5	82+5 = 87
કુલ	87 = $n = \Sigma f$	-

$c.f.$
 $\frac{n}{2}$ મું અવલોકન

મધ્યસ્થ $M = \frac{n}{2}$ મું અવલોકન

= $\frac{87}{2}$ મું અવલોકન

= 43.5 મું અવલોકન

$c.f.$ ના ખાનામા જોતાં 43.5 મું અવલોકન 47 મા સમાયેલ છે. અને તેની સામેનો વર્ગ 30-39 છે પરંતુ અહીં અનિવારક વર્ગ આપેલ છે તેથી

-0.5 અને +0.5 કરતા મધ્યસ્થ વર્ગ $M = 29.5 - 29.5$ થશે.

L = અધ: સીમાબિંદુ = 29.5

$F = 18, c.f. = 29, i = 10$

$$\begin{aligned} \text{મધ્યસ્થ} = M &= L + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times i \\ &= 29.5 + \frac{43.5 - 29}{18} \times 10 \\ &= 29.5 + \frac{14.5 - 10}{18} \\ &= 29.5 + 8.06 \\ M &= 37.56 \end{aligned}$$

★ નિવારક વર્ગનું ઉદાહરણ

ઉદાહરણ – 13 નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ ઉપરથી મધ્યસ્થ શોધો.

વર્ગ લંબાઈ	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
આવૃત્તિ	1	3	6	14	11	7	3

જવાબ : ધારો કે વર્ગ લંબાઈ = x , આવૃત્તિ = f સંચયી આવૃત્તિ = $c.f.$

x	f	c.f.
60-70	1	= 1
70-80	3	1+3 = 4
80-90	6	4+6 = 10 →
90-100	14 = f	10+14 = 24 →
100-110	11	24+11 = 35
110-120	7	35+7 = 42
120-130	3	42+3 = 45
કુલ	45 = $n = \Sigma f$	-

મધ્યસ્થ = $\frac{n}{2}$ મું અવલોકન

$$= \frac{45}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= 22.5 \text{ મું અવલોકન}$$

$c.f$ ના ખાનામા જોતા 22.5 મુ અવલોકન જૂથમાં સમાયેલ છે.

તેથી મધ્યસ્થ વર્ગ = 90 – 100

$$L = 90, F = 14, c.f = 10, i = 10$$

$$\begin{aligned} \text{મધ્યસ્થ} = M &= L + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times i \\ &= 90 + \frac{22.5 - 10}{14} \times 10 \\ &= 90 + \frac{12.5 - 10}{14} \\ &= 90 + \frac{12.5}{14} \\ &= 90 + 8.93 \\ M &= 98.93 \end{aligned}$$

12.3.4 મધ્યસ્થના લાભ – ગેરલાભ

➤ મધ્યસ્થના લાભો

મધ્યસ્થના લાભો નીચે મુજબ લખી શક્ય.

- (1) મધ્યસ્થ એ ગુણાત્મક માહિતી માટે વધુ ઉપયોગી છે.
- (2) આલેખની મદદથી મધ્યસ્થ શોધી શકાય છે.
- (3) મધ્યસ્થ એ છેડા પરના પ્રાપ્તિકોની અસર થી મુક્ત છે.
- (4) ખુલ્લા છેડાવાળા આવૃત્તિ વિતરણ આપેલું હોય, ત્યારે મધ્યક ને બદલે મધ્યસ્થથી જ તેનું માપ કાઢી શકાય છે.
- (5) ફક્ત પ્રાપ્તિકો આપેલા હોય ત્યારે માત્ર અવલોકન કરી મધ્યસ્થ શોધી શક્ય છે.

➤ **મધ્યસ્થના ગેરલાભો**

- (1) મધ્યસ્થ એ મધ્યક કરતા ઓછું સ્થિર માપ છે.
- (2) મધ્યસ્થ એ સંપૂર્ણ વિશ્વાસપાત્ર માપ નથી.
- (3) પ્રાપ્તિઓની સંખ્યા વધુ હોય ત્યારે મધ્યસ્થ શોધતા પહેલા તેની ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવવું કંટાળા જનક છે.
- (4) મધ્યસ્થની ગણતરીમાં છેડા પરના પ્રાપ્તિઓ ને કોઈ મહત્ત્વ મળતું નથી.
- (5) મધ્યસ્થ એ કેટલીક વખત ચોકસાઈ ઘટાડે છે.

12.3.5 બહુલક

આ માપ મધ્ય વર્ગ સ્થિતિનું ત્રીજું માપ છે બહુલક ની ગણતરી નીચે મુજબ કરી શકાય.

➤ **અવર્ગીકૃત માહિતી માટે**

જ્યારે પ્રાપ્તિઓ આપેલા હોય ત્યારે જે પ્રાપ્તિ સૌથી વધુ વખત આવતો હોય તેને બહુલક તરીકે ઓળખવામા આવે છે અને તેને Z વડે દર્શાવવામા આવે છે. દા.ત. 12, 2, 4, 10, 2, 5, 2 પ્રાપ્તિઓ આપેલા હોય તો પ્રાપ્તિ 2 સૌથી વધુ વખત છે તેથી બહુલક = 2 થાય

ઉદાહરણ – 14 નીચે આપેલ પ્રાપ્તિઓ ઉપરથી બહુલક શોધો.

12, 13, 17, 12, 15, 13, 12, 25, 13, 12, 11, 12

અહીં '12' એ સૌથી વધુ વખત આવે છે.

બહુલક = $Z + 12$ જેને કારણે બહુલક તરીકે પણ ઓળખી શકાય.

➤ જ્યારે પ્રાપ્તિઓ અને આવૃત્તિ આપેલ હોય ત્યારે મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતાં પ્રાપ્તિઓને બહુલક તરીકે ઓળખવામાં આવે છે જે નીચેના ઉદાહરણ ઉપરથી સમજી શકાય.

ઉદાહરણ – 15 નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી બહુલક શોધો.

પ્રાપ્તિઓ	2	3	4	5	6	7	8
આવૃત્તિ	2	7	11	16	14	8	3

જવાબ : ધારોકે પ્રાપ્તિ = x આવૃત્તિ = f

પ્રાપ્તિઓ	આવૃત્તિ
2	2
3	7
4	11
5 ←	16 → મોટામા મોટી આવૃત્તિ
6	14
7	8
8	3

બહુલક = મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતો પ્રાપ્તિ

અહીં મહત્તમ આવૃત્તિ 16 છે અને તેની સામેનો પ્રાપ્તિ 5 છે તેથી બહુલક $Z = 5$

➤ વર્ગીકૃત માહિતી માટે

જ્યારે વર્ગીકૃત માહિતીમાં અનિવારક વર્ગ વાળું આવૃત્તિ વિતરણ કે નિવારક વર્ગ વાળું આવૃત્તિ વિતરણ આપેલું હોય તો નીચેની રીતે બહુલક શોધાય.

બહુલક વર્ગ = મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતો વર્ગ (જો અનીવાર્ક વર્ગ આપેલો હોય તો તેને નિવારક વર્ગ ફેરવો)

$$\text{બહુલક} = Z = L + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times i$$

જ્યાં L = બહુલક વર્ગની નીચલી હદ

f_m = બહુલક વર્ગની સામેની આવૃત્તિ

f_1 = બહુલક વર્ગ કરતા નાના વર્ગ સામેની આવૃત્તિ

f_2 = બહુલક વર્ગ કરતા મોટા વર્ગ સામેની આવૃત્તિ

i = બહુલક વર્ગનો વર્ગ તફાવત (વર્ગ લંબાઈ)

➤ અનિવારક વર્ગનું ઉદાહરણ

ઉદાહરણ – 16 નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી બહુલક શોધો.

વર્ગ	101-150	151-200	201-250	251-300	301-350
આવૃત્તિ	3	11	17	10	4

જવાબ : ધારોકે વર્ગ = x અને આવૃત્તિ = f

x	f
101-150	3
151-200	11 = f_1 →
201-250	17 = f_m →
251-300	10 = f_2 →
301-350	4

બહુલક વર્ગ કરતા નાનો વર્ગ

મહત્તમ આવૃત્તિ (બહુલક વર્ગ)

બહુલક વર્ગ કરતા મોટો વર્ગ

બહુલક વર્ગ = મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતો વર્ગ મહત્તમ આવૃત્તિ = 17 છે તેની સામેનો વર્ગ

બહુલક વર્ગ = 201 – 250 છે. આ વર્ગ અનિવારક વર્ગ છે તેથી તેને નિવારકમાં ફેરવવા

તેની નીચલી હદમાં -0.5 અને ઉપલી હદ માં +0.5 કરતા બહુલક વર્ગ = 200.5 – 250.5

જ્યાં L = 200.5 (બહુલક વર્ગની નીચલી હદ)

f_m = 17 (મહત્તમ આવૃત્તિ)

f_1 = 11 (મહત્તમ આવૃત્તિ ઉપરની આવૃત્તિ)

f_2 = 10 (મહત્તમ આવૃત્તિની નીચેની આવૃત્તિ)

$i = 50$ વર્ગ લંબાઈ

$$\begin{aligned} \text{બહુલક} = Z &= L + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times i \\ &= 200.5 + \frac{17-11}{2(17)-11-10} \times 50 \\ &= 200.5 + \frac{6 \times 50}{34-11-10} \\ &= 200.5 + \frac{300}{13} \\ &= 200.5 + 23.08 \\ Z &= 223.58 \end{aligned}$$

ઉદાહરણ – 17 (નિવારક વર્ગનું ઉદાહરણ)

નીચે આપેલ સતત આવૃત્તિ વિતરણ ઉપરથી બહુલક શોધો.

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
આવૃત્તિ	4	7	11	24	15	13	6

જવાબ : ધારોકે વર્ગ = x અને આવૃત્તિ = f

x	f
0-10	4
10-20	7
20-30	$11 = f_1 \rightarrow$
30-40	$24 = f_m \rightarrow$
40-50	$15 = f_2 \rightarrow$
50-60	13
60-70	6

બહુલક વર્ગ કરતા નાનો વર્ગની આવૃત્તિ
બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ
બહુલક વર્ગ કરતા મોટો વર્ગની આવૃત્તિ

બહુલક વર્ગ = મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતો વર્ગ = 30 – 40

$L = 30$ (બહુલક વર્ગની નીચલી સીમા)

$f_m = 24$ (મહત્તમ આવૃત્તિ) બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ

$f_1 = 11$ (મહત્તમ આવૃત્તિ ઉપરની આવૃત્તિ)

$f_2 = 15$ (મહત્તમ આવૃત્તિની નીચે આવેલી આવૃત્તિ)

$i = 10$ બહુલક વર્ગની વર્ગ લંબાઈ

$$\begin{aligned} \text{બહુલક} = Z &= L + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times i \\ &= 30 + \frac{24-11}{2(24)-11-15} \times 10 \\ &= 30 + \frac{13 \times 10}{38-11-15} = 30 + \frac{130}{22} \\ &= 30 + 5.91 \\ Z &= 35.91 \end{aligned}$$

જ્યારે મધ્યક અને મધ્યસ્થ જાણતા હોય એ ત્યારે બહુલક નીચેના સૂત્રથી શોધી શકાય.

$$\text{બહુલક} = Z = 3M - 2\bar{x}$$

$$Z = 3(\text{મધ્યસ્થ}) - 2(\text{મધ્યક})$$

ઉદાહરણ – 18 એક આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યક 37.8 અને મધ્યસ્થ 39.5 હોય તો તેનો બહુલક શોધો.

જવાબ :

$$\begin{aligned} \text{બહુલક } Z &= 3(\text{મધ્યસ્થ}) - 2(\text{મધ્યક}) \\ &= 3M - 2\bar{x} \\ &= 3(39.5) - 2(37.8) \\ &= 118.5 - 75.6 \\ Z &= 42.9 \end{aligned}$$

ઉદાહરણ – 19 $\bar{x} = 42$ અને $Z = 41$ હોયતો M શોધો.

જવાબ :

$$\begin{aligned} Z &= 3M - 2\bar{x} \\ 41 &= 3M - 2(42) \\ 41 &= 3M - 84 \\ 41 + 84 &= 3M \\ \frac{41 + 84}{3} &= M \end{aligned}$$

$$\frac{125}{3} = M$$

41.67 = M એટલે કે $M = 41.67$

ઉદાહરણ – 20 નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણની મદદથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

વિદ્યાર્થીઓ (થી વધુ)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
ગુણ	100	95	85	77	50	34	20	7	0

જવાબ : આપેલ આવૃત્તિ વિતરણથી વધુ સ્વરૂપ આપેલ છે.

વર્ગ	આવૃત્તિ f	મધ્ય કિંમત x	$d = \frac{x - A}{i}$	di	સંચયી આવૃત્તિ f
0-10	100-95 = 5	5	-3	-15	5
10-20	95-85 = 10	15	-2	-20	15
20-30	85-77 = 8 = f_1	25	-1	-8	23 = cf
30-40	77-50 = 27 = f_n	35 = A	0	0	50 = n/2
40-50	50-34 = 16 = f_2	45	1	16	66
50-60	34-20 = 14	55	2	28	80
60-70	20-7 = 13	65	3	39	93
70-80	7-0 = 7	75	4	28	100
	$N = \sum f = 100$	-	-	$68 = \sum fd$	-

$$A = 35, \Sigma fd = 68, n = 100, i = 10$$

$$\text{મધ્યસ્થ} = A + \frac{\Sigma fd}{n} \times i$$

$$\bar{x} = 35 + \frac{68}{100} \times 10$$

$$= 35 + \frac{68}{100}$$

$$= 35 + 6.8$$

$$\bar{x} = 41.8$$

$$\text{મધ્યસ્થવર્ગ} = \frac{n}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= \frac{100}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= 50 \text{ મું અવલોકન}$$

c.f. ના ખાનામાં જોતા 50 મું અવલોકન 50 માં સમાયેલ છે. તેથી તેની સામેનો વર્ગ

$$\text{મધ્યસ્થ વર્ગ} = 30 - 40$$

$$L = 30 \text{ (મધ્યસ્થ વર્ગની નીચલી સીમા)}$$

$$f = 27 \text{ (મધ્યસ્થ વર્ગની સામેની આવૃત્તિ)}$$

$$\text{c.f.} = 23 \text{ (મધ્યસ્થ વર્ગથી નાના વર્ગની સામેની સંખ્યા સંચયી આવૃત્તિ)}$$

$$i = 10 \text{ (મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ)}$$

$$\text{મધ્યસ્થ} = M = L + \frac{\frac{n}{2} - \text{c.f.}}{f} \times i$$

$$= 30 + \frac{50 - 23}{27} \times 10$$

$$= 30 + \frac{27 \times 10}{27}$$

$$= 30 + 10$$

$$M = 40$$

$$\text{બહુલક વર્ગ} = \text{મહત્તમ આવૃત્તિ ધરાવતો વર્ગ}$$

$$= 30 - 40$$

$$L = 30 \text{ બહુલક વર્ગની નીચલી સીમા}$$

$$f_m = 27 \text{ બહુલક વર્ગની સામેની આવૃત્તિ}$$

$$f_{-1} = 8 \text{ બહુલક વર્ગથી નાના વર્ગ સામેની આવૃત્તિ}$$

$$f_{-1} = 16 \text{ બહુલક વર્ગથી મોટા વર્ગ સામેની આવૃત્તિ}$$

$$i = 10 \text{ બહુલક વર્ગની વર્ગ લંબાઈ}$$

$$\text{બહુલક} = Z = L + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times i$$

$$= 30 + \frac{27 - 8}{2(27) - 8 - 16} \times 10$$

$$= 30 + \frac{19 \times 10}{54 - 8 - 16} = 30 + \frac{190}{30}$$

$$= 30 + 6.33$$

$$Z = 36.33$$

ઉદાહરણ - 21

20 અવલોકનોનો મધ્યક 40 છે. તેમાં એક અવલોકન 45 ને બદલે 54 લેવાયું છે તો સાચો મધ્યક શોધો.

જવાબ :

$\Sigma x = 40 \square 20 = 800$ છે તેમા એક અવલોકન 45 ને બદલે 54 લેવાયું છે એટલે કે 45 સાચું છે જે + (ઉમેરો) અને 54 મોટું છે તે - (બાદ) કરો સાચું $\Sigma \bar{x} = 800 + 45 - 54$

$$\text{સાચું } \Sigma \bar{x}_1 = 791$$

$$\text{સાચો મધ્યક } \bar{x} = \frac{\Sigma x_1}{n} = \frac{791}{20}$$

$$\text{સાચો મધ્યક } \bar{x} = 39.55$$

12.3.6 બહુલક લાભો- ગેરલાભો

➤ બહુલકના લાભો નીચે મુજબ છે.

- (1) આલેખની મદદથી બહુલક શોધી શકાય છે.
- (2) બહુલક એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું સૌથી ઝડપથી શોધી શકાતું માપ છે.
- (3) અંતિમ પ્રાપ્તિકોની અસર બહુલક ઉપર થતી નથી.
- (4) ફક્ત પ્રાપ્તિકોની મદદથી બહુલક સરળતાથી શોધી શકાય છે.

➤ બહુલકના ગેરલાભો

- (1) બહુલકનું સૂત્ર બદલતા તેની કિંમત બદલાય છે.
- (2) બહુલક એ માહિતીની સાચી સરેરાશ દર્શાવતું નથી.
- (3) બહુલક એ એક અસ્થિર બહુલક માપ છે.
- (4) આકાંક્ષાશાસ્ત્રીય ગણતરીમા બહુલકનો ઉપયોગ ઓછા પ્રમાણમાં થાય છે.

12.4 સ્વાધ્યાય

- (1) નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.
6, 3, 5, 7, 10, 6, 12

(જવાબ : $\bar{x} = 7, M = 6, Z = 6$)

- (2) નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

પ્રાપ્તિક	1	2	3	4	5	6	7
આવૃત્તિ	9	18	17	21	16	11	8

(જવાબ : $\bar{x} = 3.82, M = 4, Z = 4$)

- (3) નીચે આપેલી માહિતીઓ માટે મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

પ્રાપ્તિક	1	2	3	4-7	8-12	13-19	20-24
આવૃત્તિ	1	6	9	12	11	6	5

(જવાબ : $\bar{x} = 8.44, M = 6.5, Z = 6.5$)

- (4) નીચે આપેલી માહિતી માટે મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

વેતન	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
કામદારોની સંખ્યા	3	6	12	23	31	4	8	6

(જવાબ : $\bar{x} = 62.3, M = 62.44, Z = 63.36$)

(5) નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ, બહુલક શોધો.

ગુણ	12	13	14	15	16	17	18	19
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	3	8	13	17	15	11	6	2

(જવાબ : $\bar{x} = 15.33, M = 15, Z = 15$)

(6) નીચે આપેલ માહિતી પરથી \bar{x} , M અને Z શોધો.

વર્ગ	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
આવૃત્તિ	1	2	3	5	9	16	10	7	4	2	1

(જવાબ : $\bar{x} = 47.67, M = 47.63, Z = 47.19$)

(7) નીચે આપેલ પ્રાપ્તિકો પરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

25, 28, 12, 37, 31, 46, 42, 49, 56, 52

(જવાબ : $\bar{x} = 37.8, M = 39.5, Z = 3M - 2\bar{x} = Z = 42.9$)

(8) નીચેના પ્રાપ્તિકો પરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

13, 11, 19, 8, 25, 19, 26, 28, 12, 19, 28, 30

(જવાબ : $\bar{x} = 19.83, M = 19, Z = 3M - 2\bar{x} = 17.34$)

(9) નીચે આપેલી માહિતી મારથી મધ્યસ્થ શોધો.

x	0	1	2	3	4	5
f	4	6	8	5	3	1

(જવાબ : $M = 2$)

(10) નીચે આપેલી માહિતી પરથી M શોધો.

x	5	6	7	8	9	10	11	12
f	6	8	13	15	12	10	7	4

(જવાબ : $M = 8$)

(11) નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

30, 27, 28, 44, 38, 19, 45, 25, 39, 35

(જવાબ : $\bar{x} = 33$)

(12) નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

x	0	1	2	3	4	5
f	3	3	4	3	2	1

(જવાબ : $\bar{x} = 2.06$)

(13) નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

વર્ગ	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
આવૃત્તિ	1	2	4	8	12	6	4	3

(જવાબ : $\bar{x} = 63.68$)

- (14) નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ ઉપરથી મધ્યક શોધો.

વર્ગ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
આવૃત્તિ	5	7	10	24	11	10	3

(જવાબ : $\bar{x} = 17.57$)

- (15) નીચેની માહિતી ઉપરથી મધ્યસ્થ શોધો.

ઉમર “થી ઓછી”	20	30	40	50	60	70
સંચયી આવૃત્તિ	15	45	84	102	110	112

વર્ગ	20 થી ઓછી	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
આવૃત્તિ	15	45-15	84-45	102-84	110-102	112-110

Hint :

જવાબ : $M = 32.32$)

- (16) નીચેની આવૃત્તિ ઉપરથી બહુલક શોધો

ઉમર	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
કર્મચારીઓ સંખ્યા	3	4	7	10	8	5	3

(જવાબ : $Z = 38$)

- (17) નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી બહુલક શોધો.

વર્ગ	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	42-49	49-56
આવૃત્તિ	26	31	35	42	82	71	54	19

(જવાબ : 33.49)

- (18) નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લાખો.

- સરેરાશના માપો પૈકી _____ માપ એ આદર્શ માપ છે.
 - મધ્યક
 - મધ્યસ્થ
 - બહુલક
 - એક પણ નહીં
- દશ અવલોકનોનો મધ્યક 9 છે જેમાં 3 અવલોકનોનો મધ્યક 4 હોય તો બાકીના અવલોકનોનો સરવાળો કેટલો ?
 - 90
 - 70
 - 110
 - એક પણ નહીં
- 15 અવલોકનોનો મધ્યક =10 અને 10 અવલોકનોનો મધ્યક =15 હોય તો 25 અવલોકનોનો મધ્યક = _____
 - 10
 - 15
 - 12
 - એક પણ નહીં

- 4 _____ માપ આલેખની મદદથી શોધી શકાતું નથી.
 (A) મધ્યસ્થ (B) મધ્યક
 (C) બહુલક (D) એક પણ નહીં
- 5 મધ્યવર્તી સ્થિતિમાન ના માપનું બીજું નામ _____ છે.
 (A) મધ્યક માપ (B) કેન્દ્રીય વલલા માપ
 (C) બહુવલલા માપ (D) એક પણ નહીં
- 6 પ્રથમ દશ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો મધ્યક = _____
 (A) 55 (B) 0.55
 (C) 5.5 (D) એક પણ નહીં
- 7 મધ્યક _____ માપ છે.
 (A) સ્થિર (B) અસ્થિર
 (C) ચલિત (D) એક પણ નહીં
- 8 માહિતીના અવલોકનોનો સરવાળો ભાગ્યે માહિતીનો મધ્યક = _____
 (A) Σx (B) \bar{x}
 (C) n (D) એક પણ નહીં
- 9 $1, \frac{1}{4}, 2, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$ નો મધ્યક = _____
 (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$
 (C) 1 (D) એક પણ નહીં
- 10 4, -3, 1, 0, -1 નો મધ્યસ્થ = _____
 (A) 0 (B) 1
 (C) 4 (D) એક પણ નહીં
- 11 4, 2, 3, 1, 4, 4, નો બહુલક = _____
 (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) એક પણ નહીં
- 12 $\bar{x} = 1.5$ અને $Z = 30$ હોય તો $M =$ _____
 (A) 12 (B) 11
 (C) 10 (D) એક પણ નહીં
- (19) મધ્યકની વ્યાખ્યા આપી તેના ઉપયોગો જણાવો.
 (20) માધ્યકના લાભા-લાભ લાખો.
 (21) મધ્યસ્થનો અર્થ લખી તેના લાભા-લાભ લાખો.
 (22) બહુલકનો અર્થ લખી તેના લાભા-લાભ જણાવો.
 (23) મધ્યવર્તી સ્થિતિમાન એટલે શું? તેના મુખ્ય પ્રકારો ના નામ લાખો.
 (24) સતત આવૃત્તિ વિતરણ માટે મધ્યક શોધવાનું સૂત્ર લાખો.
 (25) સતત આવૃત્તિ વિતરણ માટે મધ્યસ્થ શોધવાનું સૂત્ર લાખો.
 (26) સતત આવૃત્તિ વિતરણ માટે બહુલક શોધવાનું સૂત્ર લાખો.
 (27) મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનું બીજું નામ જણાવો.
 (28) મધ્યવર્તી સ્થિતિમાનનું આદર્શ માપ કયું છે ?

(29) મધ્યકની વ્યાખ્યા અઆપો.

(30) બહુલક વર્ગ એટલે શું ?

જવાબ :18

- 1) a 2) b 3) c 4) b 5) b 6) c
7) a 8) c 9) c 10) a 11) c 12) b

સંદર્ભગ્રંથ

1. ધંધાકીય સંશોધન પદ્ધતિઓ, મહેન્દ્ર અને દિનેશ, અક્ષર પબ્લિકેશન, અમદાવાદ (ગુજરાતી પુસ્તક)
2. Business Research Methods, by Maisuria & Patel, Akshar Publication Ahmdabad, (English Book)
3. Basic Statistics by Kapoor & Gupta, S. Chand Publication, Delhi.
4. Business Research Methods, Cooper & Schindler, Tata Mcgraw Hill (9th Edition)