એકમ-6 લક્ષ

રૂપરેખા

6.0 ઉદ્દેશો

આ પ્રકરણના મુખ્ય ઉદ્દેશો નીચે મુજબ છે.

(1) સામીપ્યની સમજૂતી મેળવી લક્ષ અંગેની જાણકારી મેળવવી.

(2) 'ને' અનુલક્ષે છે નો અર્થ સમજાવો.

(3) વિધેયના લક્ષની વ્યાખ્યા સમજવી.

(4) xની નજીકની કિંમત (xની કિંમતમાં વધારો કે ઘટાડો કરતા) લઇ વિધેયનું લક્ષ કેવી રીતે શોધી શકાય તે અંગેની જાણકારી મેળવવી.

(5) લક્ષના નિયમોની જાણકારી મેળવી તેની મદદથી વિવિધ પ્રકારના વિધયેનું લક્ષ કેવી રીતે શોધી શકાય તે અંગેનું જ્ઞાન મેળવવું.

6.1 પ્રસ્તાવના :

વિદ્યાર્થી મિત્રો તમે ઝડપથી કેટલા કિલોમીટર સુધી દોડો શકો ? બરફનો ટુકડો રૂમનાં સામાન્ય તાપમાનમાં રાખવામાં આવે તો તે કેટલા સમયમાં સંપૂર્ણ ઓગળી જશે ? કોઈ એક વાહનની મહત્તમ સ્પીડ કેટલી ? એક લિટર પેટ્રોલ કસટલી એવરેજ આપે છે ?

તમે ઉપરનાં વાક્યો વાંચ્યા પછી સમજી શક્યાં હશો કે દરેક બાબતને મર્યાદા હોય છે. જેને અંગ્રેજીમાં Limitકહેવાય છે. ગાણિતીક ચિહ્ન તેનું Limછે. અર્થશાસ્ત્રમાં ઉત્પાદનમાં

સાધનોની, ટેકનોલોજીની, સમયની વગેરે મર્યાદાઓ હોય છે. જો ઉત્પાદન વધારવું હોય તો ? જો નફો વધારવો હોય તો ...? આમ મર્યાદાઓને ધ્યાનમાં રાખીને ઉતપાદક સીમાંત એટલે કે Marginal ફેરફાર કરે છે તે એક નિશ્ચિત લક્ષ સુધી પહોંચે છે. ગાણિતિક પદ્ધતિઓમાં વિધેયનું લક્ષ અને શ્રેણીનું લક્ષ હોય છે. આ એકમમાં આપણને શ્રેણીનાં લક્ષનો અભ્યાસ કરવાનાં છીએ. ગણિતની પરિભાષામાં શ્રેણીનું લક્ષ એ શ્રેણીની એક મિંમત હોય છે જે તેનાં લક્ષ સુધી ક્રમશઃ કે તબક્કાવાર પહોંચે છે. જેમ કે $\frac{lim}{x \to 3}$ એટલે કે xની કિંમત જે 3 સુધી પહોંચવાનું લક્ષ રાખે છે. જ્યાં xની જુદી જુદી કિંમતો જેવી કે 2.9, 2.99, 2.999વગેરે 3 તરફ લઈ જાય છે. ઉત્પાદક પણ ધારો કે વેચાણ વધારવાના હેતુથી કિંમતમાં એકસાથે જ ઘટાડો કરવાને બદલે સીમાંત ઘટાડો કરે કે તબક્કાવાર ઘટાડો કરે ત્યારે તે તેના નિર્ધારિત નફાનાં લક્ષ તરફ લઈ જતી કિંમતોની શ્રેણી એ શ્રેણીનું લક્ષ બને છે.

ધારો કે $y = f(x)$ એ વાસ્તવિક ચલx નું વિધેય હોય અને xની જુદી જુદી કિંમતો માટે yની જુદી જુદી કિંમતો મેળવી શકાય છે. આ કિંમતો બે પ્રકારની હોય છે. ((1)પરિમિત કિંમત (2) અપરિમિત કિંમત) પરંતુ આ કિંમતો $\div$ સ્વરૂપે મળે તો તે કિંમતનો કોઈ અર્થ રહેતો નથી તેથી તેવા સંજોગોમાં xની જે કિંમતે અર્થહીન કિંમત મળે તે કિંમતની નજીકની કિંમત લઈને વિધેયની કિંમત મેળવવામાં આવે છે.

કલનશાસ્ત્રમાં નજીક (સમીપ)માં લેવામાં આવતી કિંમતનો ખ્યાલ અતિ મહત્ત્વનો છે અને તેના દ્વારા મળતા તફાવતને સામીપ્ય કહેવાય છે. આ સામીપ્યને લગભગ શૂન્યવત્ કરી નાખવાથી વિધેયની મળતી કિંમતને તે વિધેયનું ‘લક્ષ’ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

6.2 ‘ને’ અનુલક્ષે છે નો અર્થ (Meaning of tends to)

6.2.1 $x \to a$નો અર્થ :

ધારો કે xએ વાસ્તવિક ચલ અને $'\alpha'$ એ કોઈ એક ચોક્કસ કિંમત છે. હવે જો વાસ્તવિક ચલx ની કિંમત ઘટાડો કરતા કરતા કે વધારો કરતા કરતા કોઈ એક ચોક્કસ કિંમત $'\alpha'$ ની અતિ સમીપ લઈ જવામાં આવે તો $'x'$ એ $'\alpha'$ને અનુલક્ષે છે. એમ વંચાય અને તેને સંકેતમાં $x \to a$વડે દર્શાવાય. જ્યાં $x \neq a$છે. દા.ત. $x \to 3$નો અર્થ સમજવો હોય તો x એ વાસ્તવિક ચલ છે અને $4 = 3$એ કોઈ એક અપરિમિત હોય તો x ની જુદી જુદી કિંમતો જેવી કે 3.1, 3.01, 3.001, 3.0001ની કિંમતમાં ઘટાડો કરતા કરતા કે 2.9, 2.99, 2.999, 2.999.... દ્વારા x ની કિંમતમાં વધારો કરતા કરતા ‘3’ તરફ લઈ જવામાં આવે તો એમ કહી શકાય કે x એ $'3'$ને અનુલક્ષે છે અને તેને સંકેતમાં $x \to 3$વડે દર્શાવાય જ્યાં x#3 થાય.

6.2.2 $x \to 0$નો અર્થ

ધારોકે વાસ્તવિક ચલx ની જુદી જુદી કિંમતો જેવી કે 0.1, 0.01, 0.001.... દ્વારા x ની કિંમતમાં ઘટાડો કરતા કરતા કે -0.1, -0.01, -0.001...દ્વારા x ની કિંમતમાં વધારો કરતા કરતા $'0'$તરફ લઈ જવામાં આવે તો એમ કહી શકાય કે $'x'$એ $'0'$ને અનુલક્ષે છે અને તેને

સંકેતમાં $x \to 0$વડે દર્શાવાય જ્યાં $x = 0$થાય.

6.2.3 $x \to \infty$ નો અર્થ

ધારો કે વાસ્તવિક ચલx ની કિંમતમાં વધારો કરતા કરતા કોઈ એક ખૂબ જ મોટી સંખ્યા N ધારી લઈએ તો xની કિંમત વધુમાં વધુ લેવાથી એક સંજોગ એવો આવશે કે x ની કિંમત Nકરતા પણ વધુ થશે. તેથી xએ અનંતને અનુલક્ષે છે એમ કહી શકાશે અને તેને સંકેતમાં $x \to \infty$વડે V દર્શાવાય જ્યાં $x \neq \infty$ થાય.

[નોંધ : જ્યારે $x \to \infty$ત્યારે $\frac{a}{x} \to 0, \frac{a}{x^2} \to 0$ $\frac{a}{\sqrt{x}} \to 0$જ્યાં aએ અચલાંક છે.]

6.2.4 સ્વાધ્યાય-1

(જાતે લખો)

$x \to 2$ નો અર્થ

$x \to -2$નો અર્થ

6.3 વિધેયનું લક્ષની વ્યાખ્યા (અર્થ)

ધારો કે $y = f(x)$એ વાસ્તવિક ચલ xનું વિધેય હોય અને x ની કિંમતે કોઈ એક કિંમત $'a'$ની અત્યંત નજીક લઈ જવામાં આવે ત્યારે વિધેય $f(x)$ની કિંમત કોઈ એક ચોક્કસ સંખ્યા l(એલ)ની અત્યંત નજીક હોય તો એમ કહી શકાય કે જ્યારે x, aને અનુલક્ષે છે ત્યારે વિધેય $f(x)$ એ $'l'$ ને અનુલક્ષે છે. એટલે કે જ્યારે $x \to a$ ત્યારે $f(x) \to l$થાય. અને તેને સંકેતમાં $\lim_{x \to a} f(x) = l$વડે દર્શાવાય.

6.4 કોષ્ટકની રચના કરી લક્ષની કિંમત શોધવી.

કોષ્ટકની રચના દ્વારા લક્ષની કિંમત કેવી રીતે શોધી શકાય તે નીચેના ઉદાહરણો ઉપરથી સમજીશું.

6.4.1 ઉદાહરણો અને સ્વાધ્યાય-2

ઉદાહરણ :1 $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ની કિંમત મેળવો જ્યાં $x \in R - \{2\}$

જવાબ : $\lim_{x \to a} +(x) = l$

$\therefore \lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = ?$ (અહીં વિધેયનું લક્ષ l શોધવાનું છે)

અહીં $a = 2$અને $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$અને $l = ?$

$\therefore$ x ની કિંમત 2 ની વધુને વધુ નજીક લઈ નીચેના કોષ્ટકની રચના કરીશું.

x ની કિંમતમાં ઘટાડો કરતા કરતા	$f(x)$	x ની કિંમતમાં વધારો કરતા કરતા	$f(x)$
2.1	4.1	1.9	3.9
2.01	4.01	1.99	3.99
2.001	4.001	1.999	3.999
2.0001	4.0001	1.9999	3.9999
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

ઉપરના કોષ્ટક પરથી કહી શકાય કે xની કિંમતમાં ઘટાડો કરતા કરતા કે વધારો કરતા કરતા 2 ની નજીક લેવામાં આવે છે ત્યારે $f(x)$ની કિંમત 4ની નજીક જાય છે. તેથી કહી શકાય કે જ્યારે $x \to 2$ ત્યારે $f(x) \to 4$ તેને સંકેતમાં નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

એટલે કે આપેલ વિધેયનું લક્ષ $'l' = 4$

(જાતે શોધો) (સ્વાધ્યાય-૨)

1. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2}{x-1}$ની કિંમત મેળવો જ્યાં $x \in R - \{1\}$

(Hint : $x = 1.1, 1.01, 1.001$ ....અને $x = 0.9, 0.99, 0.999$ ....લો)

(જવાબ : $l = 2$)

2. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3}, x \in R - \{3\}$મેળવો.

(Hint : $x = 3.1, 3.01, 3.001,$ ....અને $x = 2.9, 2.99, 2.999$ .....લો)

(જવાબ : $l = 6$)

3. $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x^2-16}{x-4}, x \in R - \{4\}$મેળવો.

(Hint : $x = 4.1, 4.01, 4.001,$ ....અને $x = 3.9, 3.99, 3.999$ ....લો)

(જવાબ : $l = 8$)

4. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x+2}$ની કિંમત મેળવો.

(Hint :$x = 2.1, -2.01, 02.001, ...$અને $x = -1.9, -1.99, -1.999$ ....લો)

(જવાબ :$l = 4$)

ઉદાહરણ-2

$\lim\limits_{x \to 0} (3x - 1)$ કોષ્ટકની રચના કરી મેળવો.

જવાબ : $\lim\limits_{x \to a} f(x) = l$

અહીં $x = o, f(x) = 3x - 1$ અને $l = ?$

xની કિંમત oની વધુને વધુ નજીક લઈ નીચેના કોષ્ટકની રચના કરતા

x	$f(x)$	x	$f(x)$
-0.1	-1.3	0.1	-0.7
-0.01	-1.03	0.01	-0.97
-0.001	-1.003	0.001	-0.997
-0.0001	-1.0003	0.0001	-0.9997
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

$$\therefore \lim_{x \to 0} (3x - 1) = -l$$

(જાતેગણો) (સ્વાધ્યાય-3)

1. $\lim\limits_{x \to 0} (2x - 4)$ કોષ્ટકની રચના કરી કિંમત શોધો.

(જવાબ :$= -4$)

2. $\lim\limits_{x \to a} (4x + 5)$ કોષ્ટકની રચના કરી શોધો.

(જવાબ :$= 5$)

6.5 લક્ષના નિયમો :

ધારો કે $f(x)$ અને $g(x)$ એ વાસ્તવિક ચલ x ના વાસ્તવિક વિધેયો હોય અને તેનું લક્ષ અનુક્રમે

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = l$,અને $\lim\limits_{x \to a} g(x) = l_2$હોય તો લક્ષના નિયમો નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

1. **સરવાળાનો નિયમ :** બે વિધેયો $f(x)$અને $g(x)$ના સરવાળાનું લક્ષને બે વિધેયોના લક્ષના સરવાળા જેટલું થાય છે.

   જેમ કે $\lim_{x \to a}[f(x) + g(x)] = l_1 + l_2$

2. **બાદબાકીનો નિયમ :** બે વિધેયો $f(x)$અને $g(x)$ના બાદબાકીનું લક્ષ તે બે વિધેયોના લક્ષના બાદબાકી જેટલું થાય છે.

   જેમ કે $\lim_{x \to a}[f(x) - g(x)] = l_1 - l_2$

3. **ગુણાકારનો નિયમ :** બે વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ના ગુણાકારનું લક્ષ તે બે વિધેયોના લક્ષના ગુણાકાર જેટલું થાય છે.

   જેમ કે $\lim_{x \to a}[f(x) \times g(x)] = l_1 \times l_2$

4. **ભાગાકારનો નિયમ :** બે વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ના ભાગાકારનું લક્ષ તે બે વિધેયોના લક્ષના ભાગાકાર જેટલું થાય છે. (અહીં છેદના વિધેયનું લક્ષ શૂન્ય ન હોવું જોઈએ)

   જેમ કે $\lim_{x \to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{l_1}{l_2}$જ્યાં $l_2 \neq o$

6.6 લક્ષ શોધવાની પદ્ધતિ :

ધારો કે $\lim_{x \to a} f(x)$શોધવું હોય તો નીચેના પગથિયાંથી શોધીશું.

પ્રથમ પગથિયું :

વિધેય$f(x)${i $x = a${કતા મળેલ કિંમત પરિમિત મળે તો તે પરિમિત કિંમત જ વિધેયનું લક્ષ બને છે.

ઉદાહરણ-3

$\lim_{x \to 2} 2x + 3$શોધવું હોય તો

વિધેય$f(x) = 2x + 3${i $x = 2$ {કતા

$f(x) = 2(2) + 3 = 7${ળે છે. જે પરિમિત કિંમત છે. તેથી તેને વિધેયનું લક્ષ કહેવાય.

બીજું પગથિયું :

વિધેય$f(x)$ માં $x = a$ {કતા મળેલ કિંમત અંશમાં શૂન્ય મળે તો તે વિધેયનું લક્ષ શૂન્ય જેટલું છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ-4

$\lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x-2}$ શોધવું હોય તો

વિધેય$f(x) = \frac{x-3}{x-2}${i $x = 3${કતા

$$f(x) = \frac{3-3}{3-2} = \frac{0}{1} = 0$$

ત્રીજું પગથિયું :

વિધેય$f(x)$ માં $x = a$ {કતા મળેલ કિંમત છેદમાં શૂન્ય મળે તો તે વિધેયનું લક્ષ અસ્તિત્વ ધરાવતું નથી.

ઉદાહરણ-5

$\lim_{x\to 3}\frac{x-2}{x-3}$શોધવું હોય તો

વિધેય $f(x) = \frac{x-2}{x-3}${i $x = 3$ મુકતા

$f(x) = \frac{3-2}{3-3} = \frac{1}{0} = 0$અર્થહીન કિંમત

ચોથું પગથિયું :

વિધેય $f(x)${i $x = a${કતા મળેલ કિંમત$\div$ સ્વરૂપે મળે તો અંશ અને છેદમાં તેના અવયવો શોધી સામાન્ય અવયવ $x - a$ અંશ અને છેદમાંથી દૂર કરો ત્યારબાદ તેમાં $x = a$ મૂકી લક્ષની કિંમત શોધો.

ઉદાહરણ-6

$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-3x-4}{x^2-2x-8}$ ની કિંમત શોધવી હોય તો

$x = 4${કતા

$$\lim_{x\to 4}\frac{4^2-3(4)-4}{4^2-2(4)-8} = \frac{16-12-4}{16-8-8} = \frac{0}{0}$$

મળે છે. જે અર્થહીન કિંમત છે તેથી અંશ અને છેદના અવયવો કરતા

અંશ :

$x^2 - 3x - 4$ $\qquad \because \frac{-4+1=-3}{-4\times1=-4}$

$$\frac{x^2-4x+x-4}{x(x-4)+1(x-4)}$$

$$(x-4)(x+1)$$

છેદ :

$$x^2 - 2x - 8 \qquad \because \frac{-4+2=-2}{-4\times2=-8}$$

$$x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$x(x-4) + 2(x-4)$$

$$(x-4)(x+2)$$

$$\therefore \lim_{x\to4} \frac{(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+2)}$$

અહીં $\lim_{x\to4}$ છે તેથી સામાન્ય અવયવ

$(x-4)$અંશ-છેદમાંથી દૂર કરતા

$$= \lim_{x\to4} \frac{x+1}{x+2}$$

$$= \frac{4+1}{4+2} = 5/6$$

ઉદાહરણ-7

$\lim_{x\to3} \frac{x^2-3x+6}{x+3}$ શોધો

જવાબ :

$$\lim_{x\to3} \frac{x^2-3x+6}{x+3}$$

$x = 3$ મૂકતાં

$$\lim_{x\to3} \frac{3^2-3(3)+6}{3+3} = \frac{6}{6} = 1$$

જાતે ગણો (સ્વાધ્યાય-4)

(પ્રથમ પગથિયાનો ઉપયોગ કરો)

1. $\lim_{x\to2} \frac{2x+5}{3x-1}$ (જવાબ : $\frac{9}{5}$)

2. $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-2x+4}{3x-1}$ (જવાબ : $\frac{12}{7}$)

3. $\lim_{x\to a}\frac{x^3+a^3}{x^2+a^2}$ (જવાબ :a)

4. $\lim_{x\to h}\frac{x}{h-\sqrt{h^2-x^2}}$ (જવાબ :1)

ઉદાહરણ-8 :કિંમત શોધો

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$$

જવાબ :

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} = 2\frac{1^2+2(1)-3}{1^2+1-2} = \frac{0}{0}\{\text{જે છે.}$$

તેથી અંશ અને છેદના અવયવો પાડતા (અહીં $x \to 1$ આપેલ છે તેથી સામાન્ય અવયવ $(x-1)$ મળશે)

અંશ :	**છેદ :**
x^2+2x-3	x^2+x-2
$x^2-x+3x-3$	$x^2-x+2x-2$
$x(x-1)+3(x-1)$	$x(x-1)+2(x-1)$
$(x-1)(x+3)$	$(x-1)(x+2)$

$\therefore \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)}$ $(x-1)$અંશ અને છેદમાંથી દૂર કરતા

$$= \lim_{x\to 1}\frac{x+3}{x+2}$$

$$= \frac{1+3}{1+2} = {}^4/_3$$

ઉદાહરણ-9

$$\lim_{x\to -3}\frac{x+3}{x^2-9}$$

જવાબ : $\lim_{x \to -3} \frac{x+3}{x^2-9}$ માં $x = -3$ મૂકતા

$$\frac{-3+3}{(-3)^2-9} = \frac{0}{0}$$

$\lim_{x \to 3} \frac{x+3}{x^2-3^2} = \lim_{x \to -3} \frac{x+3}{(x-3)(x+3)}$ (અહીં $x \to -3$ આપેલું છે તેથી સામાન્ય અવયવ $x + 3$અંશ-છેદમાંથી દૂર કરતા

$$\lim_{x \to -3} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{-3-3} = -{}^{1}/_{6}$$

ઉદાહરણ-10

$$\lim_{x \to -{}^1/_2} \frac{6x^2-x-2}{2x^2+11x+5}$$

જવાબ :

$$\lim_{x \to -{}^1/_2} \frac{6x^2-x-2}{2x^2+11x+5}$$

$x = {}^1/_2$ મૂકતા

$\lim_{x \to -{}^1/_2} \frac{6(-\frac{1}{2})^2-2(-\frac{1}{2})-2}{2(-\frac{1}{2})^2+11(-\frac{1}{2})+5} = \frac{0}{0}$ મળે છે.

તેથી અંશ અને છેદના અવયવો પાડતા અહીં સામાન્ય અવયવ $(2x + 1)$ શોધી અંશ અને છેદમાંથી દૂર કરવા.

અંશ :	**છેદ :**
$6x^2 - x - 2$	$2x^2 + 11x + 5$
$6x^2 - 4x + 3x - 2$	$2x^2 + 10x + x + 5$
$2x(3x-2) + 1(3x-2)$	$2x(x+5) + 1(x+5)$
$(2x+1)(3x-2)$	$(2x+1)(x+5)$

$$\lim_{x \to -{}^1/_2} \frac{(2x+1)(3x-2)}{(2x+1)(x+5)}$$

અહીં સામાન્ય અવયવ $(2x + 1)$ અંશ અને છેદમાંથી દૂર કરી$x = -\frac{1}{2}$ મૂકો.

$$\lim_{x\to -1/2} \frac{3\left(-\frac{1}{2}\right)-2}{\left(-\frac{1}{2}\right)+5} = \frac{-7/2}{9/2} = -7/9$$

ઉદાહરણ-11

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$$

જવાબ :

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$$

$x = 2$ મૂકતા

$\frac{2^3-8}{2-2} = \frac{8-8}{0} = \frac{0}{0}$ મળે છે.

અંશના અવયવ પાડી સામાન્ય અવયવ $(x-2)$ દૂર કરો.

$\lim_{x\to 2} \frac{x-2(x^2+2x+4)}{(x-2)}$ $\quad \because a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$(x-2)$ દૂર કરો.

$\lim_{x\to 2} x^2-2x+4$ $\quad x = 2$ મૂકો.

$= 2^2+2(2)+4$

$= 12$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-5)

(નોંધ : ચોથા પગથિયાનો ઉપયોગ કરો)

1. $\lim_{x\to 3} \frac{3x^2-10x+3}{4x^2-7x-15}$ (જવાબ : $8/17$)

[Hint : અંશ $(x-3)(3x-1)$ છેદ : $(x-3)(4x+5)$]

2. $\lim_{x\to 15} \frac{x^2-8x-105}{2x^2-29x-15}$ (જવાબ : $22/31$)

[Hint : અંશ $(x-15)(x+7)$ છેદ : $(x-15)(2x+1)$]

3. $\lim_{x\to -2} \frac{9x^2+5x-26}{5x^2+17x-14}$ (જવાબ : $31/3$)

[Hint :અંશ $(x+2)(9x-13)$છેદ : $(x+2)(5x+7)$]

4. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+8}{x^2+8x+12}$ (જવાબ : 3)

[Hint : અંશ :$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$x^3+2^3=(x+2)(x^2-2x+4)$

છેદ : $(x+2)(x+6)$

5. $\lim_{x \to 5} \frac{x^3-125}{x^2-25}$ (જવાબ : $^{15}/_{2}$)

[Hint : અંશ : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$x^3-5^3=(x-5)(x^2+5x+25)$

છેદ :$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$\therefore x^3-5^2=(x-5)(x+5)$

ઉદાહરણ-12

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^3-3x^2+6x-5}{x^3+2x-3}$$

જવાબ : $\lim_{x \to 1} \frac{2x^3-3x^2+6x-5}{x^3+2x-3}$ માં $x=1$મૂકતા

$\frac{2(1)^3-3(1)^2+6(1)-5}{1^3+2(1)-3}=\frac{0}{0}$ મળે છે.

તેથી અંશ અને છેદના અવયવો પાડતા અહીં સામાન્ય અવયવ $(x-1)$ છે.

અંશ : $2x^3-3x^2+6x-5$

અહીં સૌથી મોટી ઘાત ત્રણ છે અને સામાન્ય અયવય $(x-1)$ છે.

$2x^3-3x^2+6x-5$ માંથી સામાન્ય અવયવ $(x-1)$ નીચે આપેલી રીત દ્વારા અલગ કરીશું.

ધારો કે $(x-1)=0$

$\therefore x=1$

$(x-1)$				
$1x^3$ x^2	x	$c \leftarrow x$		મોટામાં મોટી ઘાતથી અચળ પદ સુધી
	2	-3	$6-5$	← સહગુણકની કિંમતો
$+0$	$2-15+$		0	લખી ગણતરીની શરૂઆત કરો
	$2-15$		0	
	$x^2 x$	c		← x^2થી શરૂ કરો

ગણતરી

2		1	2	
+ 0	તેથી	x	=	એટલે કે 1 x 2 કરી 2 લખો
2			2	

તેવી જ રીતે

- 3		1	-1	
+2	તેથી	x	=	(1 x -1) = -1
-1			-1	
6		1	5	
- 1	તેથી	x	=	(1 x 5) = 5
5			5	

- 5

+5

0

અવયવ : $(x-1)\ (2x^2-x+5)$

તેવી જ રીતે

છેદ : x^3+2x-3

$(x-1)$

$1x^3$	x^2	x	c
	1	0	2 – 3
+0	113		
	11	30	
	$x^2 x$	c	

∴ અવયવ :$(x-1)\ (x^2+x+3)$

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(2x^2-x+5)}{(x-1)(x^2+x+3)}$$ $(x-1)$ સામાન્ય અવયવ દૂર કરતા

$$\lim_{x\to1}\frac{2x^2-x+5}{x^2+x+3}$$ $x=1$ મૂકતાં

$$\frac{2(1)^2-1+5}{1^2+1+3}={}^{6}/_{5}$$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-6)

1. $\lim_{x\to1}\frac{x^3+x^2-8x+6}{x^3-5x+4}$ (જવાબ : ${}^{3}/_{2}$)

[Hint : અંશ $(x-1)(x^2+2x-6)$ છેદ : $(x-1)(x^2+x-4)$

2. $\lim_{x\to -3} \frac{x^3+2x^2+2x+15}{x^3+4x^2+4x+3}$ (જવાબ : $^{17}/_{7}$)

[Hint : અંશ $(x+3)(x^2-x+5)$છેદ : $(x+3)(x^2+x+1)$

3. $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x-4}{x^3+x^2-x-2}$ (જવાબ : $^{10}/_{7}$)

[Hint : અંશ $(x-2)(x^2+2x+2)$ છેદ : $(x-2)(x^2+x+1)$

4. $\lim_{x\to -3} \frac{x^3+x^2-2x+12}{x^3+6x^2+11x+6}$ (જવાબ : $^{19}/_{2}$)

[Hint : અંશ $(x+3)(x^2-2x+4)$છેદ : $(x+3)(x^2+3x+2)$

ઉદાહરણ-13

$\lim_{x\to -5} \frac{\sqrt{x+9}-2}{x-5}$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ : અહીં અંશમાં $\sqrt{x+a}-2$ને $\sqrt{x+a}+2$વડે અંશ અને છેદમાં લઈ ગુણતા (—ને બદલે +લઈ મૂકતા)

$$\lim_{x\to -5} \frac{\sqrt{x+9}-2}{x+5} \times \frac{\sqrt{x+9}+2}{\sqrt{x+9}+2}$$

$$\lim_{x\to -5} \frac{(\sqrt{x+9})^2-2^2}{(x+5)\{\sqrt{x+9}+2\}}$$

$$\lim_{x\to -5} \frac{x+9-4}{(x+5)\{\sqrt{x+9}+2\}}$$

$$\lim_{x\to -5} \frac{(x+5)}{(x+5)\{\sqrt{x+9}+2\}}$$ સામાન્ય અવયવ $x+5$ દૂર કરતા

$$\lim_{x\to -5} \frac{1}{\sqrt{x+9}+2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-5+9}+2} = \frac{1}{4}$$

ઉદાહરણ-14

$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x-2}+1}$ ની કિંમત શોધો. $\left\{\begin{matrix} - \text{ નેબદલે } + \\ + \text{ નેબદલે } + \end{matrix}\right\}$ અંશ-છેદમાં લઈ ગુણતા

જવાબ :

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x-2}+1}\times\frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2}\times\frac{\sqrt{x-2}+1}{\sqrt{x-2}+1}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3)^2}-2^2\{\sqrt{x-2}+1\}}{(\sqrt{x-2})^2+1^2\{\sqrt{x+3+2}\}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3)^2}-2^2\{\sqrt{x-2}+1\}}{(\sqrt{x-2})^2+1^2\{\sqrt{x+3+2}\}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x+3-4\,\{\sqrt{x-2}+1\}}{x-2+1\{\sqrt{x+3+2}\}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\,\{\sqrt{x-2}+1\}}{(x-1)\,\{\sqrt{x+3}+2\}}$$ [સામાન્ય અવયવ $x+1$ દૂર કરતા]

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x-2}+1}{\sqrt{x+3}+2}$$

$$=\frac{\sqrt{1-2}+1}{\sqrt{1+3}+2}=\frac{\sqrt{-1}+1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{0}{4}=0$$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-7)

(બે પદ વચ્ચે $-$ ને બદલે $+$ લઈ અંશમાં અને છેદમાં લઈ ગુણાકાર કરો.)

1. $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{5}}{x-3}$ (જવાબ : $\frac{1}{2\sqrt{5}}$)

2. $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ (જવાબ : $\frac{1}{4}$)

3. $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$ (જવાબ : $\frac{2}{3}$)

4. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ (જવાબ : $\frac{1}{2\sqrt{2}}$)

5. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ (જવાબ : $-\frac{1}{2}$)

- જ્યારે $\lim_{x\to\infty}$ આપેલું હોય ત્યારેજો $x\to\infty$ હોય તો $\frac{1}{x^n\to 0}$ થાય.

ઉદાહરણ-15

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2+3x+7}{3x^2-2x+1}$$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ : $$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2+3x+7}{3x^2-2x+1}$$

અહીં $x\to\infty$ આપેલું છે.તેથીx ની સૌથી મોટી ઘાતવાળો ચલ છૂટો કરીને જો અંશ અને છેદમાંથી દૂર કરી આપેલા વિધેયને $\frac{1}{x^n}$ના સ્વરૂપમાં ફેરવો.

(દા.ત.$\left(3x^2 => \frac{3x\times x}{x} => x^2\left(\frac{3}{x}\right)\right)$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(5+\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2})}{x^2(3-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2})}$$

હવે સામાન્ય અવયવ x^2દૂર કરતા

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5+\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2}}{3-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}$$

જ્યારે $x\to\infty$ ત્યારે $\frac{1}{x^n}\to 0$ થાય

$$=\frac{5+0+0}{3-0+0}={}^5\!/_3$$

ઉદાહરણ-16

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x(x+5)(x+7)}{(2x^2-5x+3)(x-3)}$$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ : $$\lim_{x\to\infty}\frac{x(x+5)(x+7)}{(2x^2-5x+3)(x-3)}$$

અંશ : પ્રથમ અને બીજા કૌંસમાંથી xબહાર કાઢો.

છેદ : પ્રથમ કૌંસમાંથી સૌથી મોટી ઘાત x^2 બહાર કાઢો અને બીજા કૌંસમાંથી x બહાર કાઢો.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\,.x\left(1+\frac{5}{x}\right)x\left(1+\frac{7}{x}\right)}{x^2\left(2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}\right)x\left(1-\frac{3}{x}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3\left(1+\frac{5}{x}\right)\left(1+\frac{7}{x}\right)}{x^3\left(2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}\right)\left(1-\frac{3}{x}\right)}$$

અંશ-છેદમાંથી x^3 દૂર કરો.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(1+\frac{5}{x}\right)\left(1+\frac{7}{x}\right)}{\left(2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}\right)\left(1-\frac{3}{x}\right)}$$

જ્યારે $x \to \infty$ત્યારે $\frac{1}{x^n} \to 0$

$$= \frac{(1+0)(1+0)}{(2-0+0)(1-0)} = \frac{1}{2}$$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-8)

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+2)(2x+1)}{5x^2-4x+1}$ (જવાબ : $\frac{2}{5}$)

2. $\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2-5x+7}{x^2+x+2}$ (જવાબ : 4)

3. $\lim_{x\to\infty} \frac{(x-2)(x+2)(5-x)}{(3x^2+4)(2+x)}$ (જવાબ : $\frac{-1}{3}$)

4. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+1}{(x^2+3)(x+2)}$ (જવાબ : 1)

5. $\lim_{x\to\infty} \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ (જવાબ : -1)

યાદ રાખો :

1. $1+2+3+\cdots+n = \sum n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \sum n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

ઉદાહરણ-17

$\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{(4n+3)(n-3)}$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ : $\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{(4n+3)(n-3)}$

$1+2+3\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ મૂકતા

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n(n+1)}{2.(4n+3)(n-3)}$$

અંશ અને છેદના દરેક કૌંસમાંથી nબહાર કાઢતા

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n.n(1+{}^1/_n)}{2.n(4+{}^3/_n)n(1-{}^3/_n)}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2(1+{}^1/_n)}{2n^2(4+{}^3/_n)n(1-{}^3/_n)}$$ અંશ-છેદમાંથી n^2 દૂર કરતા

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(1+{}^1/_n)}{(4+{}^3/_n)(1-{}^3/_n)}$$

જ્યારે $n\to\infty$ત્યારે $\frac{1}{n}\to 0$

$$=\frac{1+0}{(4+0)(1-0)}=\frac{1}{4}$$

ઉદાહરણ-18

$$\lim_{x\to 0}\frac{3x^2+5x+10}{x^2+3x+8}$$

જવાબ : $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2+5x+10}{x^2+3x+8}$

$x=0$ મૂકતા

$$=\frac{3(0)^2+5(0)+10}{(0)^2+3(0)+8}$$

$$=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

ઉદાહરણ-19

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^{2x}-4a^x+3}{a^{2x}+4a^x+5}$$

ધારો કે $y = a^x$ અને જ્યારે $x \to 0$ ત્યારે $y \to 1$ થાય.

$$\lim_{y\to 1}\frac{y^2-4y+3}{y^2+4y-5}$$

અંશ :	છેદ :
y^2-4y+3	y^2+4y-5
$y^2-3y-y+3$	$y^2+5y-y-5$
$y(y-3)-1(y-3)$	$y(y+5)-1(y+5)$
$(y-3)(y-1)$	$(y+5)(y-1)$

$\therefore \lim_{y\to 1}\frac{(y-3)(y-1)}{(y-5)(y-1)}$ અંશ-છેદમાંથી સામાન્ય અવયવ $y-1$ દૂર કરતા

$$\lim_{y\to 1}\frac{1-3}{1-5}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$$

ઉદાહરણ-20

જો $f(x) = x^2$ હોય તો

$\lim_{x\to 0^+}\frac{(x+3)-f(x-3)}{x}$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ : $f(x) = x^2$

$x = x+3$ મૂકતા

$f(x+3) = (x+3)^2$

$f(x+3) = x^2+6x+9$

$f(x) = x^2$

$x = x-3$ મૂકતા

$f(x-3) = (x-3)^2$

$= x^2-6x+9$ $\qquad \because (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x+3)-f(x-3)}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+6x+9)-(x^2-6x+9)}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+6x+9-x^2+6x-9}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{12x}{x}$$

$$=12$$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-9)

1. $\lim_{n\to\infty}\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{(n^2-n+4)(2n+5)}$ (જવાબ : $\frac{1}{6}$)

2. $\lim_{n\to\infty}\frac{\sum n^3}{(n^2-4n+7)(2n^2+n+5)}$ (જવાબ : $\frac{1}{8}$)

[Hint : $\sum n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$]

3. $\lim_{x\to 0}\frac{3x^3+6x^2+4x+4}{x^2+6x+2}$ (જવાબ : 2)

[Hint : $x=0$ મૂકો]

4. $\lim_{x\to 0}\frac{a^{2x}+3a^x-4}{a^{2x}-4a^x+3}$ (જવાબ : $\frac{5}{2}$)

[Hint : $y=a^x$ ધારી જ્યારે $x\to 0$ ત્યારે $y\to 1$ થાય]

5. જો $f(x)=x^2+5$ હોય તો સાબિત કરો કે $\lim_{x\to 0}\frac{f(3+4)-f(3)}{4}=6$

ઉદાહરણ-21

$\lim_{x\to 0} 2+\frac{5}{6+\frac{7}{x}}$ ની કિંમત શોધો.

$$\lim_{x\to 0} 2+\frac{5}{\frac{6}{1}+\frac{7}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0} 2+\frac{5}{\frac{6x+7}{x}}$$ છેદમાં લ.સા.અ. લેતા

$$\lim_{x\to 0}\frac{2}{1}+\frac{5x}{6x+7}$$ છેદમાં લ.સા.અ. લેતા

$$\lim_{x\to 0}\frac{2(6x+7)+5x}{6x+7}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{12x+14+5x}{6x+7}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{17x+14}{6x+7}$$

$x = 0$ મૂકતા

$$=\frac{0+14}{0+7}=\frac{14}{7}=2$$

ઉદાહરણ-22

$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\left(\frac{2x+9}{x+3}-\frac{3}{1}\right)\right]$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ :

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\left(\frac{2x+9-3(x+3)}{x+3}\right)\right]$$ લ.સા.અ. લેતા

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\left(\frac{2x+9-3x-9}{x+3}\right)\right]$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\left(\frac{-x}{x+3}\right)\right]$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{-1}{x+3}\right]$$

$x = 0$ મૂકતા

$$=-\frac{1}{0+3}=-{}^{1}\!/_{3}$$

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-10)

1. $\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\left(\frac{5x+14}{x+2}-7\right)\right]$ (જવાબ : 1)

2. $\lim_{x\to 2}\left[\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x^2-3x+2}\right]$ (જવાબ : 1)

3. $\lim_{x\to 3}\left[\frac{1}{x-3}-\frac{3}{x^2-3x}\right]$ (જવાબ : ${}^{1}\!/_{3}$)

4. $\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{2x}\left(x+\frac{3x}{2x+5}\right)\right]$ (જવાબ : ${}^{4}\!/_{5}$)

ઉદાહરણ-23

$\lim_{x\to 1} \frac{x^{5/2}-1}{x-1}$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ :

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{5/2}-1}{x-1} = \frac{5}{2}(1)^{5/2-1} = \frac{5}{2}$$

$$\because \lim_{x\to a} \frac{x^n-a}{x-a} = na^{n-1} \text{ થાય.}$$

ઉદાહરણ-24

$\lim_{x\to 1} \frac{x^{3/2}-1}{x^{5/2}-1}$ ની કિંમત શોધો.

જવાબ :

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{3/2}-1}{x^{5/2}-1} \times \frac{x-1}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\frac{x^{3/2}-1}{x-1}}{\frac{x^{5/2}-1}{x-1}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(1)^{3/2-1}}{\frac{5}{2}(1)^{3/2-1}} \qquad \because \frac{x^n-a=na^{n-1}}{x-a}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(1)}{\frac{5}{2}(1)}$$

$$= \frac{3}{5}$$

6.7 ચાવીરૂપ શબ્દો

- **અનુલક્ષે છે :** ના તરફ જાય છે.
- **વિસ્તાર :** પ્રતિબિંબોનો ગણ
- **અવયવ :** સમીકરણને બે થી વધુ ભાગોમાં વિભાજન કરવું
- **સામાન્ય અવયવ :** અંશ અને છેદમાં મળતો એક સરખો અવયવ
- **a → b :** a થી b તરફ

6.8 તમારી પ્રગતિ ચકાસો

(જાતે ગણો) (સ્વાધ્યાય-11)

1. $\lim_{x\to 1} \frac{x^{1/2}-1}{(x-1)}$ (જવાબ : $\frac{1}{2}$)

2. $\lim_{x\to 1} \frac{x^{3/2}-1}{(x^{1/2}-1)}$ (જવાબ : 3)

3. લક્ષનો અર્થ લખો.

4. નીચેના પદો સમજાવો.

   $x \to 9, x \to 0, x \to \infty$

5. $\lim_{x\to a} f(x) = l$ એટલે શું ?

6. નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(i) x એ 'a' ને અનુલક્ષે છે. તેને સંકેતમાં ________ વડે દર્શાવાય.

(a) $x \to a$ (b) $a \to x$ (c) $x = a$ (d) એકપણ નહીં

(ii) જ્યારે $x \to \infty$ ત્યારે $\frac{a}{x^2} \to$ ___________

(a) a (b) x^2 (c) 0 (d) એકપણ નહીં

(iii) વિધેયના લક્ષની વ્યાખ્યા અનુસાર

$\lim_{x\to a} f(x) =$ ______

(a) x (b) a (c) l (d) એકપણ નહીં

(iv) વિધેયના લક્ષની વ્યાખ્યા અનુસાર

જ્યારે, $x \to$ _____ત્યારે $f(x) \to$ _____

(a) a, l (b) l, a (c) $x, f(x)$ (d) એકપણ નહીં

(v) વિધેયના લક્ષની વ્યાખ્યા અનુસાર

જ્યારે, $x \to a$_____ ત્યારે $f(x) \to$ _____

(a) l (b) a (c) x (d) એકપણ નહીં

(vi) બે વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ના સરવાળાનું લક્ષ તે બે વિધેયોના __________ જેટલું થાય છે.

(a) લક્ષ (b) લક્ષના સરવાળા

(c) સરવાળા (d) એકપણ નહીં

(vii) બે વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ ના બાદબાકીનું લક્ષ તે બે વિધેયોના __________ જેટલું થાય છે.

(a) લક્ષ (b) બાદબાકી

(c) લક્ષની બાદબાકી (d) એકપણ નહીં

(viii) બે વિધેયો $f(x)$ અને $g(x)$ ના ગુણાકારનું લક્ષ તે બે વિધેયોના _________ જેટલું થાય છે.

(a) લક્ષ (b) ગુણાકાર

(c) લક્ષના ગુણાકાર (d) એકપણ નહીં

(ix) લક્ષના ભાગાકારના નિયમમાં છેદના વિધેયનું લક્ષ_________ન હોવું જોઈએ.

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) એકપણ નહીં

(x) જો $\lim_{x\to a} f(x) = l,$ અને $\lim_{x\to a} g(x) = l_2$ હોય તો

$\lim_{x\to a}[f(x) + g(x)] =$ _________

(a) $l_2 + l_1$ (b) $l_1 + l_2$

(c) $l_1 - l_2$ (d) એકપણ નહીં

(xi) જો $\lim_{x\to a} f(x) = l_1$ અને $\lim_{x\to a} g(x) = l_2$ હોય તો

$\lim_{x\to a}[f(x) - g(x)] =$ _____

(a) $l_2 + l_1$ (b) $l_1 + l_2$

(c) $l_1 - l_2$ (d) એકપણ નહીં

(xii) જો $\lim_{x\to a} f(x) = l,$ અને $\lim_{x\to a} g(x) = l_2$ હોય તો

$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] =$ _____ જ્યાં છેદ $\neq 0$

(a) $\frac{l_2}{l_1}$ (b) $\frac{l_1}{l_2}$ (c) $l_1 \times l_2$ (d) એકપણ નહીં

(xiii) જો $\lim_{x\to a} f(x) = l_1$ અને $\lim_{x\to a} g(x) = l_2$ હોય તો

$\lim_{x\to a}[f(x) \times g(x)] =$ _____

(a) $l_1 + l_2$ (b) $l_1 \times l_2$

(c) $l_1 - l_2$ (d) એકપણ નહીં

(xiv) $\lim_{x\to 2} 3x + 5 =$ _____

(a) 5 (b) 11 (c) 3 (d) એકપણ નહીં

(xv) જ્યારે $x \to \infty$ ત્યારે $\frac{1}{x^n} \to$ ______

(a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) એકપણ નહીં

(xvi) જ્યારે $x \to 0$ ત્યારે $y \to$ ______

(a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) એકપણ નહીં

(xvii) $\lim_{x \to a} \frac{x^n - a}{x - a} =$ ______

(a) nx^{n-1} (b) na^{n-1} (c) an^{n-1} (d) એકપણ નહીં

તમારી પ્રગતિ ચકાસોના જવાબ :

(i) a	(ii) c	(iii) c
(iv) a	(v) a	(vi) b
(vii) c	(viii) c	(ix) a
(x) b	(xi) c	(xii) b
(xiii) b	(xiv) b	(xv) a
(xvi) b	(xvii) b	

Reference Book :

(1) Business mathematics by Kapur V.K. S. chand & sons-New Delhi.

(2) Business mathematics by Trivedi & Trivedi. Pearson Publication India Ltd.

(3) ગાણિતિક આંકડાશાસ્ત્ર - ગુજરાત યુનિવર્સિટી