

: રૂપરેખા :

- 10.0 ઉદ્દેશો
- 10.1 પ્રસ્તાવના
- 10.2 વર્ગીકરણનો અર્થ
  - 10.2.1 વર્ગીકરણનો હેતુ
  - 10.2.2 વર્ગીકરણના ફાયદા કે લાભો
  - 10.2.3 વર્ગીકરણના પ્રકારો
- 10.3 વર્ગીકરણના નિયમો
- 10.4 સતત અને અસતત આવૃત્તિ વિતરણની રચના, ઉદાહરણો અને સ્વાધ્યાય
- 10.5 દ્વિચલ-આવૃત્તિ વિતરણ
- 10.6 સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ
- 10.7 કોષ્ટક રચનાની વ્યાખ્યા અને ઉપયોગો
  - 10.7.1 કોષ્ટક રચનાની વ્યાખ્યા
  - 10.7.2 કોષ્ટક રચના ઉપયોગો
- 10.8 કોષ્ટક રચનાના ભાગો
- 10.9 કોષ્ટકના પ્રકારો
- 10.10 સ્વાધ્યાય
- 10.11 ચાવીરૂપ શબ્દો
- 10.12 સંદર્ભસૂચિ

**10.0 ઉદ્દેશો :**

આ પ્રકરણનો મુખ્ય ઉદ્દેશ સંશોધન માટે મળેલ માહિતીનું વિવિધ લક્ષણો ધરાવતા જૂથોનું યોગ્ય વર્ગીકરણ કરી તેને સુવ્યવસ્થિત કોષ્ટકો દ્વારા કેવી રીતે સમજવાનો છે તે રજૂ કરી શકાય. સાદા અને જટિલ કોષ્ટકોની રચના કરી માહિતીને સરળતાથી સમજી અને સમજાવી શકાય.

**10.1 પ્રસ્તાવના :**

આંકડાશાસ્ત્રની કોઈપણ સમસ્યાની યોગ્ય તપાસ કરવા માટે માહિતી મેળવી તેનું યોગ્ય વર્ગીકરણ અને કોષ્ટકરણ કરવું ખૂબ જ જરૂરી છે. કારણ કે આ માહિતી પ્રશ્નાવલી સ્વરૂપે કે લાંબી વર્ણનાત્મક સ્વરૂપે હોય છે. આમ આવી માહિતીને અલગ અલગ સમૂહો કે વર્ગોમાં વર્ગીકરણ કરી તેને કોષ્ટક સ્વરૂપે રજૂઆત કરવાથી તેને સરળતાથી સમજી શકાય છે અને યોગ્ય રજૂઆત કરી શકાય છે.

સંશોધનકાર સંશોધન દરમિયાન જે માહિતી એકઠી કરે છે. તેમાં વધારાની અને નકામી માહિતી વર્ગીકરણની મદદથી દૂર કરી શકે છે અને યોગ્ય પરિણામ મેળવી શકે છે. આમ, વર્ગીકરણ અને કોષ્ટકરચના એ અત્યંત અગત્યનું પ્રકરણ છે.

**10.2 વર્ગીકરણનો અર્થ :**

આપેલ માહિતીનું સમાન લક્ષણો ધરાવતા જૂથોમાં સુવ્યવસ્થિત ક્રમબદ્ધ રીતે ગોઠવવાની રીતને માહિતીના વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. માહિતીનું વર્ગીકરણએ ગુણધર્મો કે વર્ગોને આધારે કરવામાં આવતું હોય છે. તેમા જે માહિતીને વર્ગોને આધારે વહેંચવામાં આવેલી હોય છે તેને વર્ગીકૃત માહિતી તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

### 10.2.1 વર્ગીકરણનો હેતુ :

સંશોધનકાર સંશોધન દરમ્યાન માહિતીનું વર્ગીકરણ કરે છે. તેનો મુખ્ય હેતુ તેના સંશોધનના હેતુ સાથે સંકળાયેલો હોય છે. જે નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય.

- (1) વિસ્તૃત સ્વરૂપે મળેલ માહિતીનું સંક્ષેપીકરણ કરી સરળતાથી સમજી શકાય તેવા સ્વરૂપમાં રૂપાંતરીત કરવાનો.
- (2) સંશોધન હેતુ સિવાયની વધારાની માહિતી શોધી તેને દૂર કરવાનો.
- (3) સંશોધન માટે જરૂરી માહિતીઓ શોધી મુખ્ય મુદ્દાઓ અલગ કરી તેની મહત્તા સમજાવવાનો.
- (4) એકત્રિત માહિતીને ગુણધર્મો કે વર્ગો અનુસાર વર્ગીકૃત કરી તે વચ્ચેનો તફાવત શોધવા કે સરખામણી કરવાનો.
- (5) એકત્રિત કરેલ માહિતીનું યોગ્ય વર્ણન કરી ભવિષ્યના નિર્ણયમાં ઉપયોગી બનાવવાનો.

### 10.2.2 વર્ગીકરણના ફાયદા કે લાભો :

એકત્રિત માહિતીનું વર્ગીકરણ કરવાથી નીચે મુજબના લાભો થાય છે જેને આદર્શ વર્ગીકરણના લાભો તરીકે ગણી શકાય છે.

- (1) એકત્રિત માહિતી વિશાળ સ્વરૂપમાં હોય તો તેને ખૂબ ટૂંકમાં વર્ણવી શકાય.
- (2) એકત્રિત માહિતીને યોગ્ય ગુણધર્મો કે વર્ગો મુજબ ગોઠવી શકાય.
- (3) એકત્રિત માહિતીને યોગ્ય ક્રમબદ્ધ મુજબ ગોઠવી શકાય.
- (4) એકત્રિત માહિતીને ગુણધર્મો કે લક્ષણો અનુસાર પરસ્પર સરખાવી શકાય.
- (5) એકત્રિત માહિતીમાંથી વિરોધાભાસી માહિતી શોધી તેના કારણો શોધી શકાય.
- (6) એકત્રિત માહિતીમાંથી સંશોધનને અનુરૂપ ન હોય તેવી નકામી માહિતી શોધી દૂર કરી શકાય.
- (7) યોગ્ય વર્ગીકરણ કરવાથી સંશોધનકાર પોતાનો બીન જરૂરી શ્રમ, સમય અને નાણાનો દુરઉપયોગ થતો બચાવી શકે છે.
- (8) એકત્રિત માહિતીનું સાચું ચિત્ર રજૂ કરી તેનું યોગ્ય અર્થઘટન કરી શકે છે.

### 10.2.3 વર્ગીકરણના પ્રકારો :

એકત્રિત કરેલ માહિતીને નીચે દર્શાવ્યા મુજબ અલગ અલગ ચાર પ્રકારે વર્ણવી શકાય :

- (1) કાલક્રમાનુસાર (સમયાનુસાર) વર્ગીકરણ
- (2) ભૌગોલિક પરિસ્થિતિ અનુસાર વર્ગીકરણ
- (3) ગુણધર્મો અનુસાર વર્ગીકરણ
- (4) સંખ્યાત્મક સ્વરૂપ અનુસાર વર્ગીકરણ

#### (1) કાલક્રમાનુસાર (સમયાનુસાર) વર્ગીકરણ :

એકત્રિત કરેલ માહિતી વર્ષ, માસિક, અઠવાડિક કે દૈનિક સ્વરૂપે હોય તો તેને સમયાનુસાર માહિતી કહેવાય અને તેના વર્ગીકરણને કાલક્રમાનુસાર કે સમયાનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખી શકાય. આંકડાશાસ્ત્રમાં આ પ્રકારની શ્રેણીને સામાયિક શ્રેણી તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

દા.ત.

- (A) એક કંપનીનું વાર્ષિક ઉત્પાદનનું વર્ગીકરણ નીચે મુજબ કરવામાં આવે તો તેને સમયાનુસાર વર્ગીકરણ કહી શકાય.

વર્ષ	2014	2015	2016	2017	2018
ઉત્પાદન લાખ ટનમાં	120	132	152	163	160

- (B) એક કંપનીનો માસિક નફો નીચે મુજબ દર્શાવવામાં આવે તો તેને સમયાનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખી શકાય.

માસ	જાન્યુ	ફેબ્રુ	માર્ચ	એપ્રિલ	મે	જુન	જુલાઈ	ઓગસ્ટ	સપ્ટે	ઓક્ટો	નવે	ડીસે.
નફો (રૂપિયા હજારમાં)	12	15	13	10	12	11	12	12.5	13	14	14.5	13.5

તેવી જ રીતે એકત્રિત કરેલ માહિતીને અઠવાડિક કે દૈનિક સ્વરૂપે પણ વર્ગીકૃત કરી શકાય છે.

**(2) ભૌગોલિક પરિસ્થિતિ અનુસાર વર્ગીકરણ :**

એકત્રિત કરેલી માહિતી સ્થળ કે વિસ્તાર સ્વરૂપે હોય અને તેને સ્થળ કે વિસ્તાર અનુસાર વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો આવા વર્ગીકરણને ભૌગોલિક પરિસ્થિતિ અનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. આવું વર્ગીકરણ દેશ, શહેર, ગામ વગેરે સ્થળો અનુસાર નીચે મુજબ વર્ગીકૃત કરી શકાશે.

(A) આંતર રાષ્ટ્રીય સેમીનારમાં સંશોધન પત્ર રજૂ કરનાર વિવિધ દેશના પ્રાધ્યાપકોની સંખ્યાનું વર્ગીકરણ નીચે મુજબ કરી શકાય.

દેશ	અમેરિકા	ભારત	ચીન	કેનેડા	ન્યુઝીલેન્ડ
પ્રાધ્યાપકોની સંખ્યા	14	4	8	12	3

(B) Ses & Mes કંપનીનો જુદા જુદા શહેરમાં થયેલ નફાનું વર્ગીકરણ નીચે મુજબ કરી શકાય.

શહેર	વાપી	વલસાડ	સુરત	ભરૂચ	અમદાવાદ
નફો રૂ.કરોડમાં	2	2	3	4	12

(C) નવસારી જિલ્લાના જલાલપોર તાલુકાનાં વિવિધ ગામડાઓમાં કોળી પટેલની વસ્તીનું વર્ગીકરણ નીચે મુજબ કરી શકાય.

ગામનું નામ	દાંડી	મછાડ	મટવાડ	બોદાલી	કરાડી
વસ્તી (હજારમાં)	4	3	2	5	4

આમ એકત્રિત કરેલી માહિતીને ઉપર દર્શાવ્યા મુજબ વર્ગીકરણ કરવામાં આવે તો તેને ભૌગોલિક પરિસ્થિતિ અનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે વર્ણવી શકાય.

**(3) ગુણધર્મો અનુસાર વર્ગીકરણ :**

જો એકત્રિત કરેલ માહિતી વર્ણનાત્મક સ્વરૂપે હોય તો તેનું વર્ગીકરણ કરતી વખતે તેના લક્ષણો કે ગુણધર્મો ધ્યાનમાં લઈ તેનું લક્ષણો કે ગુણધર્મો મુજબ વર્ગીકરણ કરવામાં આવે તો તેને ગુણધર્મો અનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખી શકાય. વર્ણનાત્મક માહિતી (જેવી કે પ્રેમ, બુદ્ધિ, હોશિયારી, ચપળતા, સૌંદર્ય, જાતિ વગેરે)ને સંખ્યામાં રજૂ કરી શકાતી નથી પરંતુ તેને ગુણધર્મો અનુસાર વહેંચી કે વર્ગીકૃત કરી શકાય છે. દા.ત. બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિવર્સિટીમાં ભણતા વિદ્યાર્થીઓને પાસ અને નાપાસ એમ બે પ્રકારે વહેંચી શકાય. આ પ્રકારના વર્ગીકરણમાં સરખા લક્ષણો કે ગુણધર્મ ધરાવતી માહિતી એક વર્ગમાં અને વિરોધાભાસી લક્ષણો કે ગુણધર્મ ધરાવતી માહિતીને બીજા વર્ગમાં મુકવામાં આવે છે. આ પ્રકારના વર્ગીકરણને મુખ્યત્વે બે પ્રકારે વહેંચી શકાય.

(i) સાદું વર્ગીકરણ (ii) બહુવિધ વર્ગીકરણ

**(i) સાદું વર્ગીકરણ :**

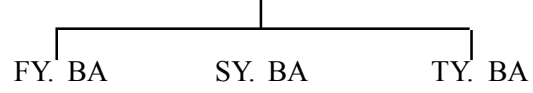
એકત્રિત કરેલ માહિતીને કોઈ એક જ લક્ષણ કે ગુણધર્મ લઈને વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો તેને સાદું વર્ગીકરણ કહે છે. દા.ત. બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિવર્સિટીમાં એસ.વાય.

બી.એ.માં અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીઓને જાતિ પ્રમાણે છોકરા અને છોકરીઓ એમ બે વિભાગમાં વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો તેને સાદું વર્ગીકરણ કરી શકાય. અહીં વિદ્યાર્થીઓની જાતિ એમ એક જ ગુણધર્મ પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરવામાં આવે છે. જે નીચેના ચાર્ટ ઉપરથી સમજી શકાય.

દા.ત. (1) બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિવર્સિટીમાં અભ્યાસ કરતાં S.Y.B.A. ના વિદ્યાર્થીઓ



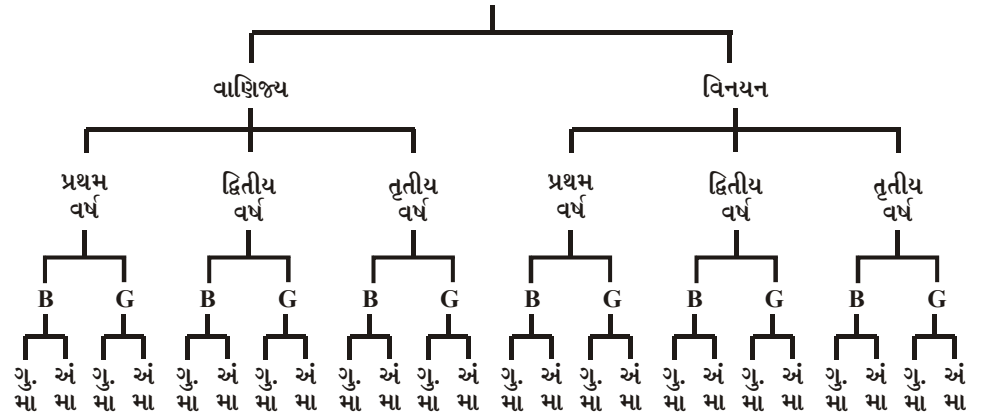
(2) BAOU ના આર્ટ્સ પ્રવાહમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ



(ii) બહુવિધ વર્ગીકરણ :

એકત્રિત કરેલ માહિતીને એક કરતા વધુ ગુણધર્મો કે લક્ષણો લઈને વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો તેને બહુવિધ વર્ગીકરણ કહે છે. દા.ત. BAOU ના વિદ્યાર્થીઓને અભ્યાસનો પ્રવાહ, વર્ગ, જાતિ અને માધ્યમ અનુસાર વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો તેવા વર્ગીકરણને બહુવિધ વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખી શકાય. ધારોકે વિદ્યાર્થીઓના અભ્યાસના પ્રવાહને વાણિજ્ય પ્રવાહ અને વિનિમય પ્રવાહ એ બે વિભાગમાં વહેંચવામાં આવે અને આ બંને પ્રવાહને પ્રથમ વર્ષ, દ્વિતીય વર્ષ, તૃતીય વર્ષ, એમ ત્રણ વર્ગમાં વહેંચવામાં આવે. દરેક વર્ગને છોકરાઓ અને છોકરીઓ એમ બે જાતિઓમાં વહેંચવામાં આવે અને દરેક છોકરાઓ છોકરીઓને ગુજરાતી માધ્યમ અને અંગ્રેજી માધ્યમ એમ બે વિભાગમાં વહેંચવામાં આવે તો આ પ્રકારના વર્ગીકરણને બહુવિધ વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખાવી શકાય જે નીચે દર્શાવેલ ચાર્ટ ઉપરથી સમજી શકાય છે.

BAOU યુનિવર્સિટીમાં ચાલતા અભ્યાસનો પ્રવાહ



(નોંધ : B = છોકરાઓ, G = છોકરીઓ, ગુ. મા. = ગુજરાતી માધ્યમ, અં. મા. = અંગ્રેજી માધ્યમ)

(4) સંખ્યાત્મક સ્વરૂપ અનુસાર વર્ગીકરણ :

એકત્રિત કરેલ માહિતીને સંખ્યાત્મક સ્વરૂપે વર્ગીકૃત કરવામાં આવે તો તેને સંખ્યાત્મક સ્વરૂપ અનુસાર વર્ગીકરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. દા.ત. વસ્તુના ભાવ, ઉત્પાદન, ઊંચાઈ, પગાર, તાપમાન વગેરે માહિતી સંખ્યાત્મક સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય છે અને તેને માપી પણ શકાય છે સંખ્યાત્મક માહિતીના વર્ગીકરણમાં ચલની કિંમતો ધ્યાનમાં લેવામાં આવતી હોવાથી તેને ચલનાત્મક વર્ગીકરણ તરીકે પણ ઓળખી શકાય છે. આવી ચલનાત્મક માહિતીને બે પ્રકારે વહેંચવામાં આવે છે.

(1) અસતત ચલ (2) સતત ચલ

(1) અસતત ચલ :

જે ચલ આપેલી મર્યાદાની અંદર મર્યાદિત કિંમતો જ ધારણ કરે એટલે કે બધી કિંમતો ધારણ ન કરે તો તેને અસતત ચલ કહે છે. આ પ્રકારની માહિતી માત્ર પૂર્ણાંક સંખ્યામાં જ દર્શાવી શકાય છે. તેમા બે ચલોની કિંમતો વચ્ચે સાતત્ય જળવાતુ નથી. એટલે કે તેના ભાગ પાડી શકાતા નથી. તેને ચોક્કસ રીતે માપી શકાય છે. દા.ત. કુટુંબમાં બાળકોની સંખ્યા, વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા, બાગમાં ફૂલોની સંખ્યા વગેરે.

સામાન્ય રીતે અસતત ચલને 'x' વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને ચલના દરેક પ્રાપ્તોકનું કેટલી વખત પુનરાવર્તન થાય છે તે દર્શાવતા અંકને આવૃત્તિ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને તેને f વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને તેની ઉપરથી મળતા આવૃત્તિ વિતરણને અસતત આવૃત્તિ વિતરણ કહે છે. જે નીચેના ઉદાહરણ પરથી સમજી શકાય છે.

બાળકોની સંખ્યા (x)	0	1	2	3 કે તેથી વધુ	કુલ
કુટુંબોની સંખ્યા (f)	10	25	10	5	50

(2) સતત ચલ :

જે ચલ આપેલી મર્યાદાની અંદર બધી જ કિંમતો ધારણ કરે તેને સતત ચલ કહે છે. આ પ્રકારની માહિતી પૂર્ણાંક કે અપૂર્ણાંક ગમે તે કિંમતમાં દર્શાવી શકાય છે. આ પ્રકારના ચલની કિંમતોને ચોક્કસ રીતે માપી શકતા નથી. તેને વર્ગલંબાઈ સ્વરૂપે દર્શાવવામાં આવે છે. દા.ત., વજન, ઊંચાઈ, ઊંમર, પગાર, આવક, તાપમાન વગેરે.

સામાન્ય રીતે સતત ચલ ઉપરથી મળતા વિતરણને સતત આવૃત્તિ વિતરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને તેને મુખ્યત્વે બે વિભાગમાં વહેંચી શકાય છે.

(1) નિવારક વર્ગ (2) અનિવારક વર્ગ

(1) નિવારક વર્ગ :

આ પ્રકારના વિતરણમાં વર્ગોની વર્ગલંબાઈ એક સમાન હોય છે અને કોઈપણ વર્ગની ઉપલી હદ ત્યાર પછીના વર્ગની નીચલી હદ બને છે. દા.ત. 100 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ દર્શાવેલ હોય તો તે વિતરણને નિવારક આવૃત્તિ વિતરણ તરીકે ઓળખાવી શકાય.

ગુણ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	14	12	16	18	20	20

(2) અનિવારક વર્ગ :

આ પ્રકારના વિતરણમાં વર્ગોની લંબાઈ એક સમાન હોતી નથી અથવા કોઈપણ વર્ગની ઉપલી હદ પછીના વર્ગની નીચલી હદ બનતી નથી.

દા.ત. 100 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ નીચે મુજબ દર્શાવેલ હોય તો તે વિતરણને અનિવારક આવૃત્તિ વિતરણ તરીકે ઓળખાવી શકાય.

(A) અસમાન વર્ગલંબાઈનું ઉદાહરણ

ગુણ	0-20	20-30	30-50	50-60
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	34	32	16	18

(B) સમાન વર્ગલંબાઈનું ઉદાહરણ

ગુણ	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	16	18	34	16	16

### 10.3 વર્ગીકરણના નિયમો :

- (1) સ્પષ્ટ : એકત્રિત કરેલ માહિતીને વર્ગીકરણમાં સ્પષ્ટ અને સમજાય તે રીતે દર્શાવવી જોઈએ. અસ્પષ્ટ માહિતી ભવિષ્યના સંશોધન કે નિર્ણય ઉપર અસર કરે છે.
- (2) સુસંગત : એકત્રિત કરેલ માહિતીનું સંશોધનના હેતુ સાથે સુસંગત થાય તે રીતે વર્ગીકરણ કરવું જોઈએ. અસંગત માહિતી દૂર કરવી જોઈએ.
- (3) સ્થિર : એકત્રિત કરેલ માહિતી સ્થિર હોવી જોઈએ એટલે કે વર્ગીકરણની એક સરખી પેટર્ન અપનાવેલી હોવી જોઈએ એક સરખી માહિતી માટે અલગ અલગ પેટર્ન અપનાવી શકાય નહીં.
- (4) સુધારી શકાય તેવા : એકત્રિત કરેલ માહિતીનું વર્ગીકરણ એ રીતે કરવું જોઈએ કે જેથી ભવિષ્યમાં ગમે તેવો પ્રશ્ન ઊભો થાય તો તેમાં સુધારો કરી શકાય.
- (5) વિસ્તૃત : એકત્રિત કરેલ માહિતીનું વર્ગીકરણ કોઈ એક વર્ગો કે કેટેગરીના હોય.

### 10.4 સતત અને અસતત આવૃત્તિ વિતરણની રચના :

આપણે સતત અને અસતત આવૃત્તિ વિતરણ કોને કહેવાય તે શીખ્યા તેના ઉદાહરણો પણ વાંચ્યા હવે એકત્રિત થયેલ માહિતીનું વર્ગીકરણ કરી આવૃત્તિ વિતરણ કેવી રીતે તૈયાર કરી શકાય તે નીચેના ઉદાહરણો પરથી સમજીશું.

ઉદાહરણ-1 નીચેના ફકરામાં આવતા શબ્દોનું તેમાં આવતા અક્ષરોની સંખ્યા પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

વિવિધ પ્રકારની સામાયિક શ્રેણી સાથે સંકળાયેલી ઉદ્યોગ અને આર્થિક પ્રવૃત્તિઓ વિકાસના ત્રણ તબક્કાઓમાં વહેંચાયેલી હોય છે. જેમા ત્રીજો તબક્કો અતિ ઉપયોગી હોય છે. “

જવાબ : અહીં નાનામાં નાનો શબ્દ 1 અક્ષરનો છે અને મોટામાં મોટો શબ્દ 6 અક્ષરનો છે. તેથી પ્રાપ્તાંકોનું મૂલ્ય 1 થી 6 સુધી લખી નીચે મુજબ આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરીશું.

અક્ષરોની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ (શબ્દોની સંખ્યા)
1		2
2		9
3		3
4		6
5		2
6		1
	કુલ	23

### ઉદા.2 (અસતત આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરવું)

એક બગીચામાં ગુલાબના 30 છોડ ઉપર ખીલેલ ગુલાબની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. તે પરથી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

0	3	2	3	4	3
3	4	2	2	3	4
5	0	3	4	2	5
1	4	5	2	4	5
1	0	5	5	4	2

### જવાબ: (સમજૂતી)

બગીચામાં ફુલોની સંખ્યા એ અસતત ચલનું ઉદાહરણ છે. તેથી સૌ પ્રથમ આપેલ માહિતીમાંથી નાનામાં નાની કિંમતથી મોટામાં મોટી કિંમત સુધીના પ્રાપ્તાંકોને ચઢતા ક્રમમાં ઊભા સ્તંભમાં લખો અને તેને  $x$  વડે દર્શાવો અને નીચે મુજબ લખો.

$x$  (કુલોની સંખ્યા)

0  
1  
2  
3  
4  
5

ત્યારબાદ દરેક પ્રાપ્તાંક સામે આવૃત્તિ મેળવવા ચલની જે તે કિંમત સામે આવૃત્તિ ચિહ્ન । નીચે દર્શાવ્યા મુજબ મુકો અહી પ્રથમ ચાર ચિહ્નો માટે । નિશાની અને ત્યારબાદ પાંચમા ચિહ્ન માટે આડી / નિશાની કરો અને તે દરેકનો સરવાળો કરી જે તે પ્રાપ્તાંકની સામે લખો તેને આવૃત્તિ વડે દર્શાવો. આમ, કરવાથી નીચે મુજબ આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર થશે.

કુલોની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
0		3
1		2
2		6
3		6
4		7
5		6
	<b>કુલ</b>	<b>30</b>

**નોંધ:** સતત આવૃત્તિ વિતરણની રચના કરતા પહેલાં નીચેના પદોની સમજૂતી મેળવીશું.

(1) **વર્ગ :** વર્ગ એટલે પ્રાપ્તાંકોના વર્ગીકરણ માટે પાડવા પડતા વિભાગો દા.ત. 10-20, 20-30, 30-40 વર્ગો સમાન, અસમાન કે ખુલ્લા છેડાવાળા ગમે તે લઈ શકાય વગેરે.

(2) **વર્ગ લંબાઈ :** વર્ગ લંબાઈ એટલે પ્રાપ્તાંકો સમાવવાની સંખ્યાકીય ક્ષમતા 'વર્ગ લંબાઈ એટલે આવૃત્તિ વિતરણના કોઈપણ વર્ગના ઉર્ધ્વસીમા બિંદુ અને અધઃસીમાબિંદુની કિંમતો વચ્ચેનો તફાવત. વર્ગલંબાઈ સમાન લેવી વધુ હિતાવહ છે. પરંતુ ફરજિયાત નથી.

- **નિવારક વર્ગની ક્ષમતા :**

ધારો કે કોઈ એક નિવારક વર્ગ 10-20 આપેલો હોય તો તે વર્ગમાં 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 એમ કુલ દશ પ્રાપ્તાંકો સમાયેલા છે અને તેની વર્ગલંબાઈ = 10 કહેવાય. અહીં ઉપલી સીમાની કિંમત 20 નો સમાવેશ ત્યાર પછીના વર્ગમાં થશે.

- **અનિવારક વર્ગની ક્ષમતા :**

ધારો કે કોઈ એક અનિવારક વર્ગ 10-19 આપેલો હોય તો તે વર્ગમાં 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 એમ કુલ દશ પ્રાપ્તાંકો સમાયેલ છે અને તેની વર્ગલંબાઈ = 10 કહેવાય. અહીં ઉપલી સીમાની કિંમતને તે જ વર્ગમાં સમાવવામાં આવે છે.

**વર્ગોની સંખ્યા :**

$$\begin{aligned} \text{વર્ગોની સંખ્યા} &= \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગ લંબાઈ}} \\ &= K = \frac{R}{i} \end{aligned}$$

જ્યાં વિસ્તાર = સૌથી મોટો પ્રાપ્તાંક - સૌથી નાનો પ્રાપ્તાંક

નોંધ : વર્ગોની સંખ્યા કુલ કેટલા અવલોકનોનું વર્ગીકરણ કરવાનું છે તે ઉપરથી નક્કી થાય છે. વ્યવહારમાં મોટેભાગે 6 થી 15 જેટલા વર્ગો ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે.

ઉર્ધ્વ સીમા અને અધઃસીમા બિંદુ :

જો કોઈ એક વર્ગ 30-40 (નિવારક વર્ગ) આપેલો હોય તો 30 એ અધઃસીમા છે અને 40 એ ઉર્ધ્વ સીમા છે.

જો આવૃત્તિ વિસ્તારના વર્ગો 30-39, 40-49, ... આપેલા હોય તો તેને  $-0.5$  અને  $+0.5$  કરી 29.5-39.5 મેળવવામાં આવે તો તે નિવારક વર્ગ બને છે.

$$(30-39 \text{ અને } 40-49 \text{ ઉપલી સીમા} = \frac{39 + 40}{2} = \frac{79}{2} = 39.5)$$

ઉદા.3 BAOU ના S.Y.B.A. અર્થશાસ્ત્ર વિષયમાં 50 વિદ્યાર્થીઓએ પ્રાપ્ત કરેલ ગુણ નીચે મુજબ છે તે ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

50	35	50	88	54	43	25	38	76	49
40	65	37	92	42	40	82	27	52	49
49	46	94	73	33	30	65	84	45	78
23	64	74	97	66	21	63	66	86	53
52	53	75	48	79	51	44	64	39	67

જવાબ. અહીં વર્ગલંબાઈ કે વર્ગોની સંખ્યા આપેલ નથી તેથી સૌપ્રથમ વિસ્તાર શોધીશું.

$$\begin{aligned} \text{વિસ્તાર} &= \text{સૌથી મોટો પ્રાપ્તાંક} - \text{સૌથી નાનો પ્રાપ્તાંક} \\ &= 97 - 21 \\ &= 76 \end{aligned}$$

$$\text{ધારો કે વર્ગલંબાઈ} = 10$$

$$\therefore \text{વર્ગોની સંખ્યા} = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગ લંબાઈ}} = \frac{76}{10} = 7.6$$

એટલે કે વર્ગોની સંખ્યા 7 કે 8 જેટલી લઈ શકાય. (યાદ રાખો કે વ્યવહારમાં તેની સંખ્યા 6 થી 15ની વચ્ચે હોય છે.) ધારો કે વર્ગોની સંખ્યા = 8 લઈએ તો સૌથી નાનો પ્રાપ્તાંક 21 થી શરૂ કરી સૌથી મોટો પ્રાપ્તાંક 97 સુધી એક સરખા 8 ભાગ થશે કે જેની વર્ગ લંબાઈ 10 હોય તેથી પ્રથમ વર્ગ 21-30 અને છેલ્લો વર્ગ 91-100 મળશે. હવે દરેક વર્ગમાં સમાયેલા પ્રાપ્તાંકો સામે પ્રથમ ચાર પ્રાપ્તાંક માટે ઊભી । નિશાની અને પાંચમાં પ્રાપ્તાંક પ્રાપ્તાંક માટે / આડી નિશાની કરી તે નીશાનીઓનો સરવાળો કરી આવૃત્તિ વિતરણ મેળવીશું.

- અનિવારક વર્ગવાળું આવૃત્તિ વિતરણ

વર્ગો	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ (f)
21-30	IIII	5
31-40	IIII II	7
41-50	IIII IIII I	11
51-60	IIII I	6
61-70	IIII IIII	8
71-80	IIII I	6
81-90	IIII	4
91-100	IIII	3
	કુલ	50

ઉપરના અનિવારક વર્ગવાળા આવૃત્તિ વિતરણને નિવારક વર્ગવાળા આવૃત્તિ વિતરણમાં ફેરવવા માટે નીચલી સીમા (અધ:સીમા)માં -0.5 અને ઉપલીસીમા (ઉર્ધ્વસીમા)માં +0.5

કરો. (બે વર્ગો વચ્ચેનો તફાવત 1 જેટલો છે.  $\therefore \frac{1}{2} = 0.5$  જેમ કે 21-30, 31-40

$\therefore 31-30 = 1$ )

- નિવારક વર્ગવાળુ આવૃત્તિ વિતરણ

વર્ગો	આવૃત્તિ
20.5 - 30.5	5
30.5 - 40.5	7
40.5 - 50.5	11
50.5 - 60.5	6
60.5 - 70.5	8
70.5 - 80.5	6
80.5 - 90.5	4
90.5 - 100.5	3
<b>કુલ</b>	<b>50</b>

ઉદા.4 એક કોલેજમાં નોકરી કરતા 50 કર્મચારીઓની પૂરા વર્ષમાં દર્શાવેલી ઉંમર સંબંધી માહિતીને આધારે એક વર્ગ 30-34 અને વર્ગલંબાઈ 5 લઈ આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

28 32 37 47 28 40 54 32 28 52  
 41 38 28 57 27 45 27 29 43 31  
 42 33 27 59 47 35 29 43 43 58  
 29 29 40 27 36 42 30 50 37 32  
 45 46 56 33 58 33 46 52 53 57

જવાબ : ન્યૂનતમ કિંમત = 28

મહત્તમ કિંમત = 59

ઉંમર વર્ષમાં	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ $f$
25 - 29		12
30 - 34		8
35 - 39		5
40 - 44		8
45 - 49		6
50 - 54		5
55 - 59		6
	<b>કુલ</b>	<b>50</b>

ઉદા.5 નીચે આપેલ માહિતી 30 અઠવાડિયામાં થતા અકસ્માત અંગેની છે. તો એક વર્ગ 40-50 લઈ સતત (નિવારક) આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

12	28	30	72	64	68
21	15	17	27	38	55
23	22	32	14	53	56
41	54	56	43	61	63
50	42	52	69	77	75

જવાબ: અહીં એક વર્ગ 40-50 આપેલ છે. તેથી વર્ગલંબાઈ 10 છે. સૌથી મોટો પ્રાપ્તાંક 77 છે, આપેલ એક વર્ગની શરત મુજબ નાનામાં નાનો પ્રાપ્તાંક 12ને સમાવે તેવો વર્ગ 10-20 અને મોટામાં મોટો પ્રાપ્તાંક 77 ને સમાવે તેવો વર્ગ 70-80 મળે છે. તેથી નિવારક આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ બનશે.

વર્ગ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ $f$
10 - 20		4
20 - 30		5
30 - 40		4
40 - 50		3
50 - 60		6
60 - 70		5
70 - 80		3
	કુલ	30

ઉદા.6 40 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ (સે.મી.માં.)ને લગતી નીચે દર્શાવેલી માહિતીને 6 વર્ગોમાં વર્ગીકરણ કરી અનિવારક આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

142, 145, 152, 153, 157, 162, 147, 165, 141, 149, 146, 153, 149, 154, 158, 157, 148, 160, 149, 148, 162, 152, 168, 153, 145, 162, 149, 161, 162, 141, 150, 151, 145, 159, 155, 152, 148, 150, 148, 163.

જવાબ: અહીં સૌથી નાનો પ્રાપ્તાંક 141 અને સૌથી મોટો પ્રાપ્તાંક 168

$$\therefore \text{વિસ્તાર} = 168 - 141 = 27$$

હવે વર્ગોની સંખ્યા = 6 આપેલ છે.

$$\therefore \text{વર્ગલંબાઈ} = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગોની સંખ્યા}}$$

$$= \frac{27}{6} = 4.5 = 5 \text{ લગભગ}$$

$$\therefore \text{વર્ગલંબાઈ} = 5 \text{ લઈશું}$$

નાનામાં નાનો પ્રાપ્તાંક 141 ને સમાવતો વર્ગ 140-144 અને મોટામાં મોટો પ્રાપ્તાંક 168 ને સમાવતો વર્ગ 165-169 મળે છે તેથી અનિવારક આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે.

ઊંચાઈ (સેમી)	આવૃત્તિ ચિહ્નો	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $f$
140 - 144		3
145 - 149		13
150 - 154		10
155 - 159		5
160 - 164		7
165 - 169		2
	<b>કુલ</b>	<b>40</b>

ઉદા.7 30 વિદ્યાર્થીઓના દૈનિક ખર્ચની વિગતો નીચે મુજબ છે. તે પરથી વર્ગલંબાઈ 1 લઈ અનિવારક આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

4.25, 3.75, 0.00, 4.85, 1.80, 4.10, 5.50, 5.15, 1.10, 4.70, 1.70, 4.00, 3.10, 2.30, 2.00, 5.25, 5.45, 3.50, 3.90, 4.75, 3.00, 5.90, 4.50, 4.10, 5.00, 2.75, 6.25, 3.25, 3.20, 2.25

અહીં નાનામાં નાનો પ્રાપ્તાંક 0.00 અને મોટામાં મોટો પ્રાપ્તાંક 6.25

$\therefore$  વિસ્તાર = 6.25 – 0.00 = 6.25

વર્ગલંબાઈ = 1 લઈએ તો નાનામાં નાનો પ્રાપ્તાંક 0.00 ને સમાવતો વર્ગ 0.00 થી 0.90 મળે. અને મોટામાં મોટો પ્રાપ્તાંક 6.25 ને સમાવતો વર્ગ 6.00 થી 6.90 મળે એટલે કે કુલ 7 વર્ગો મળશે.

અથવા

$$\therefore \text{વર્ગોની સંખ્યા} = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગલંબાઈ}} = \frac{6.25}{1} = 6.25$$

$\therefore$  લગભગ 7 વર્ગો

તેથી અનિવારક સતત આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ તૈયાર થાય.

દૈનિક ખર્ચ રૂ.	આવૃત્તિ ચિહ્નો	આવૃત્તિ $f$
0.00-0.99		1
1.00-1.99		3
2.00-2.99		4
3.00-3.99		7
4.00-4.99		8
5.00-5.99		6
6.00-6.99		1
	<b>કુલ</b>	<b>30</b>

- સ્ટર્જનો નિયમ:

વર્ગીકૃત માહિતીના વર્ગોની સંખ્યા નક્કી કરવા માટે નીચે દર્શાવેલ સ્ટર્જનો નિયમ ખૂબ પ્રચલિત છે.

$$k = 1 + 3.322 \cdot \log_{10} n$$

જ્યાં,  $k$  = વર્ગોની સંખ્યા

$n$  = અવલોકનોની સંખ્યા

ઉદા.8 એક કારખાનાના 50 કારીગરોની દૈનિક આવક અંગેની માહિતી રૂપિયામાં નીચે મુજબ છે. સ્ટર્જના નિયમનો ઉપયોગ કરી વર્ગલંબાઈ નક્કી કરો અને નિવારક સતત આવૃત્તિ વિતરણ નક્કી કરો.

89, 100, 110, 128, 135, 147, 150, 149, 168, 180, 183, 70, 115, 140, 80, 100, 140, 120, 118, 120, 85, 88, 120, 125, 136, 95, 105, 135, 132, 148, 164, 138, 110, 98, 150, 170, 95, 165, 70, 160, 130, 170, 110, 145, 184, 65, 80, 110, 100, 85

જવાબ: અવલોકનોની કુલ સંખ્યા =  $n = 50$

સ્ટર્જનો નિયમ :

$$\begin{aligned} k &= 1 + 3.322 \cdot \log n \\ &= 1 + 3.322 \cdot \log 50 \\ &= 1 + 3.322 \cdot (1.6990) \\ &= 1 + 5.4742 \end{aligned}$$

વર્ગોની સંખ્યા  $k = 6.4742 = 6$  લગભગ

નાનામાં નાનો પ્રાપ્તક 65, મોટામાં મોટો પ્રાપ્તક 184

વિસ્તાર =  $184 - 65 = 119$

$$\text{વર્ગલંબાઈ} = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગસંખ્યા}} = \frac{119}{6} = 19.8 = 20$$

નાનામાં નાનો પ્રાપ્તક 65ને સમાવતો વર્ગ 65-85 અને મોટામાં મોટો પ્રાપ્તક 184ને સમાવતો વર્ગ 165-185 મળશે તથા નિવારક સતત આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ તૈયાર થશે.

દૈનિક આવક	આવૃત્તિ ચિહ્ન	કારીગરોની સંખ્યા $f$
65-85	IIII	5
85-105	IIII IIII	10
105-125	IIII IIII	10
125-145	IIII IIII	10
145-165	IIII III	8
165-185	IIII II	7
	કુલ	50

### 10.5 દ્વિયલ આવૃત્તિ વિતરણ :

જ્યારે એકત્રિત કરેલ માહિતી દ્વિ યલીય હોય ત્યારે તે માહિતીનું વર્ગીકરણ કરીને આવૃત્તિ વિતરણ સ્વરૂપે સંક્ષિપ્તમાં રજૂઆત કરવામાં આવે તો આ પ્રકારના આવૃત્તિ વિતરણને દ્વિયલ આવૃત્તિ વિતરણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. જે નીચેના ઉદાહરણ ઉપરથી સમજી શકાય.

ઉદા.9 એક પ્રશ્નપત્રમાં બે વિભાગો A અને B આપેલા છે. તેના પ્રત્યેક વિભાગમાં 1 થી 5 એમ કુલ દશ પ્રશ્ન લખવાના હતા. 20 વિદ્યાર્થીઓ બંને વિભાગમાં કેટકેટલા પ્રશ્ન લખ્યા તેની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે તો તે ઉપરથી દ્વિયલ-આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

(1, 4) (3, 1) (4, 3) (5, 3) (2, 3) (4, 3) (5, 2) (3, 1) (4, 1) (3, 2) (5, 1)  
(3, 3) (3, 4) (5, 2) (2, 3) (3, 5) (2, 4) (2, 4) (2, 3) (5, 1)

**જવાબ:** અહીં 20 વિદ્યાર્થીઓએ એક પ્રશ્નપત્રના બે વિભાગો A અને B માંથી લખેલા પ્રશ્નોની સંખ્યા આપેલ છે. જેમાં A = પહેલા વિભાગમાંથી લખેલ પ્રશ્નોની સંખ્યા અને B = બીજા વિભાગમાંથી લખેલ પ્રશ્નોની સંખ્યા તેની ઉપર આપેલ જોડ (A, B) છે. (એટલે કે પ્રથમ જોડકું (1,4) = A વિભાગ અને પ્રશ્ન નં.1 તથા B વિભાગ અને પ્રશ્ન નં.4 એવું સમજવું). અહીં આપેલ માહિતીમાં વિભાગ A = ચલ  $x$  અને વિભાગ B = ચલ  $y$  ધારીશું તેથી પ્રથમ જોડકું ( $x = 1, y = 4$ ) થશે બીજું અહીં જે માહિતી આપેલી છે તેમાં ચલ  $x$  અને ચલ  $y$  એમ બંનેમાં 1, 2, 3, 4, 5 કિંમતો છે. તેથી નીચે મુજબ આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરીશું તેને અસતત દ્વિચલ આવૃત્તિ વિતરણ તરીકે ઓળખીશું.

**20 વિદ્યાર્થીઓએ એક પ્રશ્નપત્રના બે વિભાગોમાં લખેલા પ્રશ્નોની સંખ્યા દર્શાવતું દ્વિચલ આવૃત્તિ વિતરણ**

વિભાગ A માં લખેલ પ્રશ્નો $x$	વિભાગ B માં લખેલ પ્રશ્નો Y					કુલ વિદ્યાર્થીઓ
	1	2	3	4	5	
1.	–	–	–	1=1	–	1
2.	–	–	=3	=2	–	5
3.	=2	=1	=1	=1	=1	6
4.	=1		=2	–	–	3
5.	=2	=2	=1	–	–	5
<b>કુલ વિદ્યાર્થીઓ</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>20</b>

**ઉદા.10** ક્રિકેટના ખેલાડીઓની ઉંમર અને તેમણે કરેલા રન અંગેની માહિતી નીચે મુજબ છે. તો બંને બાજુ વર્ગ લંબાઈ 10 લઈ દ્વિચલ આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

ખેલાડી નંબર	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ખેલાડી ઉંમર	55	36	42	36	33	34	28	31	32	44	38	27	24	47	38
રનોની સંખ્યા	105	118	108	115	122	115	125	114	112	116	128	112	112	126	129

**જવાબ:** અહીં વર્ગ લંબાઈ 10 આપેલ છે. ઉંમરમાં સૌથી નાનો પ્રાપ્તિાંક 24 અને સૌથી મોટો પ્રાપ્તિાંક 55 છે. તેથી પ્રથમ વર્ગ 20-30 અને છેલ્લો વર્ગ 50-60 લઈશું. જ્યારે રનમાં સૌથી નાનો પ્રાપ્તિાંક 105 અને સૌથી મોટો પ્રાપ્તિાંક 129 છે. તેથી પ્રથમ વર્ગ 100-110 અને છેલ્લો વર્ગ 120-130 લઈશું.

ધારો કે      ઉંમર   =  $x$   
                  રન       =  $y$

15 ખેલાડીઓની ઊંમર અને રનની માહિતી દર્શાવતુ દ્વિચલ આવૃત્તિ વિતરણ

ઉંમર $x$	રન - Y			કુલ
	100 - 110	110 - 120	120 - 130	
20 - 30	—	= 2	= 1	3
30 - 40	—	= 5	= 3	8
40 - 50	= 1	= 1	= 1	3
50 - 60	= 1	—	—	1
કુલ	2	8	5	15

10.6 સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ :

સંચયી આવૃત્તિ એટલે જે તે વર્ગના આગળના વર્ગો તેમજ તે વર્ગની આવૃત્તિઓનો સરવાળો.

સંચયી આવૃત્તિ વિતરણો બે પ્રકારે શોધી શકાય છે.

(1) થી ઓછા પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

(2) થી વધુ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

સંચયી આવૃત્તિ કેવી રીતે શોધી શકાય તે નીચેના ઉદાહરણો ઉપરથી સમજીશું.

ઉદા.11 નીચે આપેલા આવૃત્તિ વિતરણ ઉપરથી સંચયી આવૃત્તિ શોધો.

વર્ગો	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
આવૃત્તિ	5	15	20	25	15	20

જવાબ:

વર્ગ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
10 - 20	5	= 5
20 - 30	15	5 + 15 = 20
30 - 40	20	20 + 20 = 40
40 - 50	25	40 + 25 = 65
50 - 60	15	65 + 15 = 80
60 - 70	20	80 + 20 = 100

સમજૂતી : પ્રથમ વર્ગ 0-10 ની આવૃત્તિ = 5 તેથી સંચયી આવૃત્તિ = 5 ત્યારબાદ બીજો વર્ગ 10-20 ની આવૃત્તિ=15 જે પ્રથમ વર્ગની સંચયી આવૃત્તિમાં ઉમેરતા  $15 + 5 = 20$  તેવી રીતે મળેલ સંચયી આવૃત્તિની કિંમતમાં ત્યાર પછીના વર્ગની આવૃત્તિની કિંમત ઉમેરતા જાવ.

ઉદા.12 નીચે આપેલ માહિતી ઉપરથી 'થી વધુ' અને 'થી ઓછા' પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

$x_1$	0	1	2	3	4	5	6	કુલ
$f_1 a$	1	9	13	16	12	6	3	60

જવાબ: 'થી ઓછા' પ્રકારનું સંયમી આવૃત્તિ વિતરણ

'થી ઓછા'	આવૃત્તિ	સંયમી આવૃત્તિ
0 કે તેથી ઓછા	1	1
1 કે તેથી ઓછા	9	1 + 9 = 10
2 કે તેથી ઓછા	13	10 + 13 = 23
3 કે તેથી ઓછા	16	23 + 16 = 39
4 કે તેથી ઓછા	12	39 + 12 = 51
5 કે તેથી ઓછા	6	51 + 6 = 57
6 કે તેથી ઓછા	3	57 + 3 = 60

- થી વધુ પ્રકારનું સંયમી આવૃત્તિ વિતરણ

થી વધુ	આવૃત્તિ	સંયમી આવૃત્તિ
0 કે તેથી વધુ	1	60
1 કે તેથી વધુ	9	60 - 1 = 59
2 કે તેથી વધુ	13	59 - 9 = 50
3 કે તેથી વધુ	16	50 - 13 = 37
4 કે તેથી વધુ	12	37 - 16 = 21
5 કે તેથી વધુ	6	21 - 12 = 9
6 કે તેથી વધુ	3	9 - 6 = 3
<b>કુલ</b>	<b>60</b>	

(નોંધ : કુલ આવૃત્તિની સંખ્યા 60 માંથી આવૃત્તિની સંખ્યા બાદ કરતા જવાથી થી વધુ પ્રકારની સંયમી આવૃત્તિ મળશે.)

ઉદા.13 નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી થી ઓછા અને થી વધુ પ્રકારનું સંયમી આવૃત્તિ વિતરણ મેળવો.

$x$	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	કુલ
$f$	4	20	40	26	10	100

જવાબ: અહીં અનિવારક વર્ગ આપેલ છે તેથી નીચલી હદમાં -0.5 અને ઉપલી હદમાં +0.5 કરી વર્ગ ફરીથી લખતા.

વર્ગ	આવૃત્તિ
-0.5-9.5	4
9.5-19.5	20
19.5-29.5	40
29.5-39.5	26
39.5-49.5	10
<b>કુલ</b>	<b>100</b>

થી ઓછા પ્રકારનું સંયમી આવૃત્તિ વિતરણ

તેથી ઓછા	આવૃત્તિ	સંયમી આવૃત્તિ
9.5	4	= 4
19.5	20	4 + 20 = 24
29.5	40	24 + 40 = 64
39.5	26	64 + 26 = 90
49.5	10	90 + 10 = 100

થી વધુ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

કે તેથી વધુ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
-0.5	4	= 100
9.5	20	100 - 4 = 96
19.5	40	96 - 20 = 76
29.5	26	76 - 40 = 36
39.5	10	36 - 26 = 10
-	100	-

## 10.7 કોષ્ટક રચનાની વ્યાખ્યા અને ઉપયોગો :

**10.7.1 કોષ્ટક રચનાની વ્યાખ્યા :** એકત્રિત માહિતીને વર્ગીકૃત કર્યા બાદ કોષ્ટક સ્વરૂપે દર્શાવવામાં આવે છે. કોષ્ટકની રચના કરતા પહેલા જે બાબત કે હેતુ માટે કોષ્ટકની રચના કરવાની હોય તે બાબત કે હેતુ સિવાયની બિનજરૂરી માહિતી દૂર કરવામાં આવે છે અને જરૂરી માહિતીને તેના લક્ષણો કે ગુણધર્મો અનુસાર તાર્કિક ક્રમમાં હાર અને સ્તંભ મુજબ ગોઠવણ કરવામાં આવે છે. જુદા જુદા લેખકોએ આપેલ વ્યાખ્યામાં નીચે મુજબ સમજી શકાય છે.

- (1) પ્રો. એલ. આર. કોન્નોરના જણાવ્યા મુજબ કોષ્ટક એટલે “સાંખ્યાકીય માહિતીને ક્રમિક અને સુવ્યવસ્થિત સ્વરૂપે રજૂ કરવાની પ્રક્રિયા” તેની મદદથી સંશોધનની સમસ્યા યોગ્ય રીતે પ્રકાશિત કરી શકાય.
- (2) પ્રો. એમ. એમ. બ્લૈરના જણાવ્યા મુજબ કોષ્ટક એટલે “વિસ્તૃત માહિતીને તાર્કિક અને ક્રમબદ્ધ રીતે ગોઠવવી.”  
ટૂંકમાં કોષ્ટક રચનાએ માહિતી એકઠી કરવાની પ્રક્રિયા અને એકત્રિત કરેલ માહિતીનું અંતિમ પૃથક્કરણ કરવાની પ્રક્રિયાને જોડતી કડી છે. તેમાં એકત્રિત કરેલ માહિતીનું વર્ગીકરણ કર્યા પછી હાર કે સ્તંભમાં ગોઠવી, યોગ્ય શીર્ષક સાથે સંક્ષિપ્તમાં સુવ્યવસ્થિત અને સચોટ રજૂઆત કરવામાં આવે છે.

**10.7.2 કોષ્ટક રચનાના ઉપયોગો :** કોષ્ટક રચનાની વ્યાખ્યા ઊપરથી તેના વિવિધ ઉપયોગો નીચે મુજબ રજૂ કરી શકાય.

- (1) **ટૂંકાણમાં રજૂઆત :** વર્ગીકૃત માહિતીને યોગ્ય હેતુ અનુસાર કોષ્ટક દ્વારા ટૂંકાણમાં રજૂ કરી શકાય છે.
- (2) **અયોગ્ય માહિતી :** એકત્રિત કરેલ માહિતીને વર્ગીકૃત કર્યા પછી તેમાં રહેલ બિનજરૂરી કે અયોગ્ય માહિતી દૂર કરી કોષ્ટકની રચના કરવામાં આવે છે ઉપરાંત ભુલ ભરેલી માહિતી પણ શોધી શકાય છે.
- (3) **આલેખો દ્વારા રજૂઆત અને પૃથક્કરણ :** કોષ્ટક રચનાની મદદથી વર્ગીકૃત માહિતીને આલેખો દ્વારા રજૂ કરી તેનું પૃથક્કરણ સરળતાની સમજી કે સમજાવી શકાય છે.
- (4) **આકર્ષક માહિતી :** કોષ્ટકની રચના કરવાથી માહિતીને આકર્ષક બનાવી સરળતાથી યાદ રાખી શકાય છે.
- (5) **અલગ નોંધ :** કોષ્ટકની રચના કર્યા પછી માહિતીને સુસ્પષ્ટ કરવા અલગ નોંધ કરવાની જરૂરિયાત ઉદ્ભવતી નથી.
- (6) **ભુલ શોધી શકાય :** કોષ્ટક રચનામાં કોઈ માહિતીમાં ભુલ હોય તો હાર કે સ્તંભની મદદથી ઝડપભેર શોધી શકાય છે.

---

## 10.8 કોષ્ટક રચનાના ભાગો :

---

કોષ્ટક રચના વખતે તેને જુદા જુદા ભાગોમાં દર્શાવવામાં આવે છે. જે પૈકી અગત્યના ભાગોનું વર્ણન નીચે મુજબ કરી શકાય.

- (1) **કોષ્ટકનો ક્રમ :** કોષ્ટક રચના દરમ્યાન તેને સરળતાથી શોધી કાઢવા એક સંદર્ભ તરીકે તેને ક્રમ આપવામાં આવે છે. જે કોષ્ટકની ઉપર, નીચેના ભાગમાં, મધ્યમ ભાગમાં કે ડાબી બાજુ મુખ્ય શીર્ષકની આજુબાજુ ક્રમબદ્ધ રીતે લખવામાં આવે છે.
- (2) **મુખ્ય શીર્ષક :** કોષ્ટકની રચના જે હેતુ માટે કરવામાં આવી હોય તે હેતુને કોષ્ટકની ઉપર સુવાચ્ય અક્ષરોમાં સ્પષ્ટ અને સમજી શકાય તે રીતે લખવામાં આવે છે તેને મુખ્ય શીર્ષક તરીકે ઓળખાવી શકાય.
- (3) **મુખ્યનોંધ અને પેટાનોંધ :** કોષ્ટકમાં દરેક સ્તંભ કે હારને ટૂંકુ અને સ્પષ્ટ મથાળુ આપવામાં આવે છે તેને મુખ્ય નોંધ તરીકે ઓળખાવી શકાય, જ્યારે મુખ્ય નોંધની સામે જે પેટા મથાળા આપવામાં આવે છે. તેને પેટાનોંધ તરીકે ઓળખી શકાય. આ નોંધો કોષ્ટકમાં મધ્યમાં કે હારમાં સ્પષ્ટ રીતે સમજી શકાય તે રીતે લખવામાં આવે છે.
- (4) **વિભાગીય નોંધ :** કોષ્ટકને અલગ અલગ વિભાગમાં વિભાજીત કરવામાં આવેલ હોય તો આ પ્રકારની વિભાગીય નોંધ કરવામાં આવે છે જે નાના અક્ષરોમાં સ્તંભના મધ્ય ભાગમાં ટૂંકાણ સ્વરૂપે લખાય છે.
- (5) **માળખું કે બોડી :** એકત્રિત કરેલ માહિતીને વર્ગીકૃત કર્યા પછી તેને સાંખ્યકીય સ્વરૂપમાં વિવિધ સ્તંભો કે હારોમાં સુવ્યવસ્થિત રીતે ગોઠવવામાં આવે છે. તેને કોષ્ટકનું માળખું કે બોડી તરીકે ઓળખાવી શકાય. આ માળખામાં માહિતીને સામાન્ય રીતે હારમાં ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ અને સ્તંભમાં ઊપરથી નીચે તરફ દર્શાવવામાં આવે છે.
- (6) **પાદનોંધ :** આ નોંધ એ કોષ્ટક પૂર્ણ થયા પછી કોષ્ટકના નીચેના ભાગમાં દર્શાવવામાં આવે છે. તેની મદદથી જે માહિતી કોષ્ટકમાં રજૂ ન કરી શકાય તેમ હોય અને અસ્પષ્ટ હોય તેની વધુ સ્પષ્ટતા કરી શકાય છે. પાદનોંધ એ શીર્ષકનો જ એક ભાગ છે.
- (7) **માહિતીના સ્ત્રોતનોંધ :** કોષ્ટકની રચના કરતી વખતે એકત્રિત કરેલ માહિતી ક્યાંથી મળેલ છે તે દર્શાવવા કોષ્ટકની નીચે સ્ત્રોત નોંધ કરવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે તેમાં મળેલ માહિતીનું સ્થળ, પ્રકાશનનો સંદર્ભ, વેબસાઈટનું નામ, ગ્રંથનું નામ, પાના નંબર, સામાયિકોનું નામ વગેરે સંદર્ભો લખવામાં આવે છે.

---

## 10.9 કોષ્ટકના પ્રકારો :

---

કોષ્ટકને મુખ્યત્વે ત્રણ પ્રકારે વહેંચી શકાય જે નીચે મુજબ છે.

(૧) ચલની દૃષ્ટિએ (૨) હેતુની દૃષ્ટિએ (૩) માહિતીના પ્રકારની દૃષ્ટિએ

(1) ચલ કે ગુણધર્મની દૃષ્ટિએ :

ચલ કે ગુણધર્મની દૃષ્ટિએ કોષ્ટકના મુખ્ય બે પ્રકાર પાડી શકાય.

(A) સાદું કોષ્ટક (B) જટિલ કોષ્ટક

- (A) **સાદું કોષ્ટક :** સમષ્ટિ કે સમુહના કોઈ એકાદ ગુણધર્મ કે ચલને ધ્યાનમાં રાખીને વર્ગીકૃત કરેલ માહિતીને કોષ્ટક સ્વરૂપે રજૂ કરવામાં આવે તો તેને સાદું કોષ્ટક તરીકે ઓળખી શકાય. દા.ત., બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિવર્સિટીમાં આર્ટ્સ પ્રવાહમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનું અભ્યાસના વર્ષ મુજબ વર્ગીકરણ કરી નીચે મુજબ કોષ્ટકમાં રજૂ કરવામાં આવે તો તેને સાદું કોષ્ટક કહી શકાય.

આર્ટસ પ્રવાહમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતુ કોષ્ટક

અભ્યાસનું વર્ષ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
પ્રથમ વર્ષ બી.એ.	200
દ્વિતીય વર્ષ બી.એ.	180
તૃતીય વર્ષ બી.એ.	120
કુલ	500

(B) જટિલ કોષ્ટક :

સમષ્ટિ કે સમુહના બે કે તેથી વધુ ગુણધર્મ કે ચલને ધ્યાનમાં રાખીને વર્ગીકૃત કરેલ માહિતીને કોષ્ટક સ્વરૂપે રજૂ કરવામાં આવે તો તેને જટિલ કોષ્ટક તરીકે ઓળખી શકાય. દા.ત., બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિ.માં આર્ટસ પ્રવાહમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓને અભ્યાસનું વર્ષ અને જાતિ એમ બે ગુણધર્મો મુજબ વર્ગીકરણ કરી નીચે મુજબ કોષ્ટકમાં રજૂ કરવામાં આવે તો તેને જટિલ કોષ્ટક કહી શકાય.

અભ્યાસનું વર્ષ અને જાતિ મુજબ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતુ કોષ્ટક

અભ્યાસનું વર્ષ	જાતિ		કુલ
	છોકરા	છોકરી	
પ્રથમ વર્ષ બી.એ	100	100	200
દ્વિતીય વર્ષ બી.એ	80	100	180
તૃતીય વર્ષ બી.એ.	40	80	120
કુલ	220	280	500

(2) હેતુની દૃષ્ટિએ : તેને બે પ્રકારે વહેંચી શકાય જે નીચે મુજબ છે.

(A) સામાન્ય સંદર્ભ કોષ્ટક (B) ટૂંકક્ષાર કોષ્ટક

(A) સામાન્ય સંદર્ભ કોષ્ટક : આ પ્રકારના કોષ્ટકની રચના સામાન્ય હેતુઓનો સંદર્ભ દર્શાવતું હોય એ રીતે તૈયાર કરવામાં આવે છે.

(B) ટૂંક ક્ષાર કોષ્ટક : આ પ્રકારના કોષ્ટકની રચના માહિતીના તમામ હેતુઓની ટૂંકાણમાં વ્યવસ્થિત રજૂઆત કરી, અભ્યાસના મુખ્ય હેતુઓ સમજી શકાય તે રીતે તૈયાર કરવામાં આવે છે.

(3) માહિતીના પ્રકારની દૃષ્ટિએ તેને મુખ્યત્વે બે પ્રકારે વહેંચી શકાય છે. જે નીચે મુજબ છે.

(A) મૂળભૂત કોષ્ટક (B) ગૌણ કે ઉત્પન્ન કરેલ કોષ્ટક

(A) મૂળભૂત કોષ્ટક : પ્રાથમિક માહિતી ભેગી કરીને જે કોષ્ટકની રચના કરવામાં આવે છે તે મૂળભૂત કોષ્ટક તરીકે ઓળખાય છે.

(B) ગૌણ કે ઉત્પન્ન કરેલ કોષ્ટક : મૂળભૂત કોષ્ટકની મદદથી અન્ય કોષ્ટક મેળવવામાં આવે કે તૈયાર કરવામાં આવે તો તેને ગૌણ કે ઉત્પન્ન કરેલ કોષ્ટક તરીકે ઓળખી શકાય.

ઉદા.14 એક કોલેજમાં કુલ 1000 વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસ કરે છે. જેમાં છોકરીઓની સંખ્યા 700 છે તથા નાપાસ થયેલા છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા અનુક્રમે 100 અને 260 છે તો તે ઉપરથી કોષ્ટકની રચના કરો.

જવાબ: પરિણામ અને જાતિ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતુ કોષ્ટક

જાતિ	પરિણામ		કુલ
	પાસ	નાપાસ	
છોકરાઓ	200	100	300
છોકરીઓ	440	260	700
કુલ	640	360	1000

- સમજૂતી :

કુલ વિદ્યાર્થીઓ 1000 છે. તેમાંથી છોકરીઓ 700 બાદ કરતા છોકરાઓની સંખ્યા = 300

નાપાસ થયેલા છોકરાઓ 100 જે કુલ 300 છોકરાઓમાંથી બાદ કરતાં પાસ થયેલ છોકરાઓ = 200

નાપાસ થયેલ છોકરીઓ 260 જે કુલ 700 છોકરીઓમાંથી બાદ કરતા પાસ થયેલ છોકરીઓની સંખ્યા = 440

પાસ અને નાપાસ વિદ્યાર્થીઓમાં છોકરા અને છોકરીનો સરવાળો કરો

આડો અને ઊભો સરવાળો 1000

**ઉદા.15** બે શહેરો  $x$  અને  $y$  માં યાની આદતવાળા મનુષ્યો અંગેની માહિતી નીચે મુજબ છે :  
શહેર  $x$  માં કુલ પુરુષોની સંખ્યા કુલ વસ્તીના 52% હતી જે પૈકી 50% પુરુષો યાની આદતવાળા તેમજ કુલ વસ્તીના 60% લોકો યાની આદતવાળા છે. જ્યારે શહેર  $y$  માં કુલ પુરુષોની સંખ્યા 60% હતી જે પૈકી 60% પુરુષો યાની આદતવાળા છે. તેમજ કુલ વસ્તીના 70% લોકો યાની આદત ધરાવે છે તો તે ઉપરથી કોષ્ટકની રચના કરો.

જવાબ: અહીં ત્રણ ગુણધર્મો આપેલા છે.

- (1) વિસ્તાર - શહેર  $x$  અને  $y$  શહેર
- (2) જાતિ - પુરુષો અને સ્ત્રીઓ
- (3) યાની આદત - યાની આદતવાળા અને યાની આદત વિનાના

નોંધ : અહીં બંને શહેરોની કુલ વસ્તી આપેલ નથી. તેથી

શહેર  $x$  ની કુલ વસ્તી = 100 અને

શહેર  $y$  ની કુલ વસ્તી = 100 ધારીશું

શહેર  $x$  અને  $y$  માં યાની આદતવાળા મનુષ્યોની સંખ્યા દર્શાવતુ કોષ્ટક

વિસ્તાર →	શહેર $x$			શહેર $y$			કુલ વસ્તી		
જાતિ →	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ
યાની આદત ↓									
યાની આદતવાળા	26	34	60	36	34	70	62	68	130
યાની આદતવાળા વિનાના	26	14	40	24	06	30	30	20	70
કુલ	52	48	100	60	40	100	112	88	200

સમજૂતી

શહેર  $x$  :

શહેરની કુલ વસ્તી 100 ધારતા તેના 52% પુરુષોની સંખ્યા =  $100 \times 52\% = 52$  મળશે તેવી બાકીની સંખ્યાએ કુલ સ્ત્રીઓની સંખ્યા = 48

52 પુરુષો પૈકી 50% પુરુષો યાની આદતવાળા છે. તેથી  $52 \times 50\% = 26$  પુરુષો યાની આદતવાળા અને 26 પુરુષો યાની આદત વિનાના મળશે.

હવે કુલ વસ્તીના 60% યાની આદતવાળા છે. તેથી યાની આદતવાળા મનુષ્યોની સંખ્યા

= 60 જેમાંથી 26 પુરુષો યાની આદતવાળા અને બાકીના 34 સ્ત્રીઓ યાની આદતવાળા મળશે.

કુલ સ્ત્રીઓની સંખ્યામાં 48 માંથી યાની આદતવાળી સ્ત્રીઓની સંખ્યામાં 34 બાદ કરતાં યાની આદત વિનાની સ્ત્રીઓની સંખ્યા 14 મળશે.

તેવી જ રીતે શહેર  $y$  માં પણ સમજી શકાય. ત્યાર બાદ બંને શહેરોના પુરુષો, સ્ત્રીઓ અને કુલનો સરવાળો કરો. તેવી જ રીતે બંને શહેરમાં યાની આદતવાળા અને આદત વિનાના સ્ત્રી, પુરુષો અને કુલનો સરવાળો કરી કોષ્ટક તૈયાર કરો. ટૂંકમાં આડો-ઊભો સરવાળો કરો.

**ઉદા.16** એક કોલેજમાં કુલ 1000 વિદ્યાર્થીઓ હતા જેમા પ્રથમ વર્ષ બી.એ., દ્વિતીય વર્ષ બી.એ. અને તૃતીય વર્ષ બી.એ.માં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનું પ્રમાણ 2:1:1 હતું પ્રથમ વર્ષ બી.એ.માં અભ્યાસ કરતા કુલ વિદ્યાર્થીઓ પૈકી 20% છોકરાઓ હતા અને દ્વિતીય વર્ષમાં અભ્યાસ કરતી છોકરીઓની સંખ્યા છોકરાઓ કરતા ચારગણી હતા જ્યારે તૃતીય વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓમાં છોકરીઓની સંખ્યા 210 જેટલી હતી. આ માહિતીને કોષ્ટકમાં દર્શાવી યોગ્ય શીર્ષક આપો.

**જવાબ:** અહીં બે ગુણધર્મો આપ્યા છે.

(1) અભ્યાસનું વર્ષ : પ્રથમ વર્ષ બી.એ. દ્વિતીય વર્ષ બી.એ. તૃતીય વર્ષ બી.એ.

(2) જાતિ : છોકરાઓ અને છોકરીઓ

**શીર્ષક :** એક કોલેજના વિદ્યાર્થીઓનું અભ્યાસના વર્ષ અને જાતિ અનુસાર સંખ્યા દર્શાવતું કોષ્ટક

અભ્યાસનું વર્ષ	જાતિ		કુલ
	છોકરા	છોકરી	વિદ્યાર્થીઓ
પ્રથમ વર્ષ બી.એ.	100	400	500
દ્વિતીય વર્ષ બી.એ.	50	200	250
તૃતીય વર્ષ બી.એ.	40	210	250
કુલ વિદ્યાર્થીઓ	190	810	1000

**સમજૂતી.** કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા = 1000

અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓનું પ્રમાણ 2 : 1 : 1 છે.

∴ પ્રથમ વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ

$$= 1000 \times \frac{2}{4}$$

$$= 500$$

∴ દ્વિતીય વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ

$$= 1000 \times \frac{1}{4}$$

$$= 250$$

∴ તૃતીય વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ

$$= 1000 \times \frac{1}{4}$$

$$= 250$$

પ્રથમ વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓના 20% છોકરા

∴ પ્રથમ વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા છોકરા = 500 × 20% = 100

∴ પ્રથમ વર્ષમાં અભ્યાસ કરતી છોકરીઓ = 400

દ્વિતીય વર્ષમાં છોકરીઓની સંખ્યા છોકરાઓ કરતાં ચાર ગણી છે.

∴ ધારોકે છોકરાઓની સંખ્યા =  $x$

તેથી છોકરીઓની સંખ્યા =  $4x$

કુલ સંખ્યા =  $5x$

હવે દ્વિતીય વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા = 250

$$\therefore x + 4x = 250$$

$$5x = 250$$

$$x = \frac{250}{5} = 50 \text{ જે દ્વિતીય વર્ષના છોકરાઓની સંખ્યા છે.}$$

દ્વિતીય વર્ષના છોકરીઓની સંખ્યા =  $4x = 4 \times 50 = 200$

તૃતીય વર્ષમાં છોકરીઓની સંખ્યા = 210

$$\text{છોકરાઓની સંખ્યા} = 250 - 210 = 40$$

### 10.10 સ્વાધ્યાય

- (1) કોઈ એક બગીચામાં ગુલાબના 25 છોડ પર ખીલેલ ગુલાબની સંખ્યાની માહિતી નીચે મુજબ છે. તે ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

5, 5, 4, 1, 0, 3, 4, 5, 1, 2, 4, 5, 5, 3, 1, 0, 5, 2, 4, 4, 2, 2, 1, 1, 3

જવાબ:

ફૂલોની સંખ્યા : $x$	0	1	2	3	4	5
આવૃત્તિ : $f$	2	5	4	3	5	6

- (2) બાબા સાહેબ આંબેડકર યુની.માં પ્રથમ વર્ષ બી.એ.માં અભ્યાસ કરતાં 30 વિદ્યાર્થીઓએ અર્થસાસ્ત્રની પરીક્ષામાં મેળવેલ ગુણ નીચે મુજબ છે. તે પરથી પ્રથમ વર્ગ 5-9 અને વર્ગ લંબાઈ 5 રાખી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

29, 22, 15, 13, 9, 25, 28, 30, 25, 26, 25, 25, 23, 30, 22, 27, 32, 21, 33, 30, 16, 20, 22, 31, 15, 17, 14, 11, 7, 34

જવાબ:

વર્ગ ( $x$ )	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34
આવૃત્તિ ( $f$ )	2	3	4	6	8	7

- (3) 30 વેપારીઓએ મેળવેલ માસિક નફો (હજારમાં રૂ. માં) નીચે આપેલ છે તો તે ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

36, 33, 25, 48, 31, 17, 34, 37, 33, 28, 36, 31, 35, 32, 29, 30, 47, 25, 17, 40, 30, 16, 35, 11, 18, 29, 40, 12, 19, 41

જવાબ:

વર્ગ	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
આવૃત્તિ	2	5	2	5	8	4	2	2

- (4) 60 વ્યક્તિઓની નીચેની માહિતી ઉપરથી 3 વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો અને તે ઉપરથી સંચયી આવૃત્તિ શોધો.

86, 81, 73, 78, 75, 82, 78, 80, 81, 80, 80, 83, 76, 77, 86, 90, 83, 81, 78, 83, 85, 81, 78, 80, 75, 78, 77, 84, 75, 76, 81, 89, 90, 70, 76, 78, 85, 76, 78, 84, 71, 71, 81, 74, 90, 86, 82, 88, 70, 84, 72, 73, 73, 83, 84, 76, 77, 81, 84, 78, 71

જવાબ:

વર્ગ	70-72	73-75	76-78	79-81	82-84	85-87	88-90
આવૃત્તિ	6	6	16	11	11	5	5
સંચયી આવૃત્તિ	6	12	28	39	50	55	60

- (5) એક કારખાનાના 40 કારીગરોની દૈનિક આવક અંગેની માહિતી રૂપિયામાં નીચે મુજબ છે. સ્ટર્જના નિયમના ઉપયોગથી વર્ગલંબાઈ નક્કી કરી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.  
100, 150, 136, 98, 125, 110, 120, 138, 65, 80, 110, 100, 85, 70, 95, 170, 140, 105, 95, 120, 135, 165, 118, 132, 70, 120, 130, 88, 164, 85, 80, 183, 115, 140, 110, 184, 148, 170, 145, 160

જવાબ:  $k = 1 + 3.22 \cdot \log 40$   
 $= 1 + 3.22 (1.6021)$   
 $= 1 + 5.322$

$k = 6.322 = 6$

વર્ગલંબાઈ = 20

$x$	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185
$f$	5	8	9	8	5	5

- (6) 30 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ (સે.મી.માં) નીચે દર્શાવ્યા મુજબ મળેલ હોય તો વર્ગોની સંખ્યા 6 લઈ અનિવારક આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

150, 152, 145, 141, 162, 163, 148, 159, 150, 161, 148, 155, 151, 162, 145, 149, 154, 160, 162, 153, 165, 141, 153, 143, 158, 158, 149, 148, 152, 162

વર્ગ લંબાઈ =  $\frac{\text{કુલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા}}{\text{વર્ગની સંખ્યા}}$

$= \frac{30}{6}$   
 $= 5$

∴ વર્ગ લંબાઈ 5 છે.

વર્ગ	આવૃત્તિ
141-145	05
146-150	07
151-155	07
156-160	04
161-165	07
166-170	00

- (7) એક પ્રશ્નપત્રના બે વિભાગમાં પ્રત્યેક વિભાગમાં 1 થી 6 એમ કુલ બાર પ્રશ્નના જવાબ લખવાના હતા. 25 વિદ્યાર્થીઓએ બંને વિભાગમાં કેટકેટલા પ્રશ્ન લખ્યા તેની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે. તો તે પરથી દ્વિચલ આવૃત્તિ વિતરણની રચના કરો.

(2, 4) (3, 1) (2, 5) (2, 3) (5, 5) (4, 1) (4, 3) (6, 2) (5, 3) (3, 5) (2, 4) (6, 2) (5, 1) (6, 5) (3, 3) (2, 6) (3, 2) (6, 4) (1, 4) (5, 2) (3, 4) (3, 6) (5, 4) (5, 2) (6, 2)

જવાબ:

પ્રથમ વિભાગ	બીજો વિભાગ						કુલ
	1	2	3	4	5	6	
1	-	-	-	1	-	-	1
2	-	-	1	2	1	1	5
3	1	1	1	1	1	1	6
4	1	-	1	-	-	-	2
5	1	2	1	1	1	-	6
6	-	3	-	1	1	-	5
કુલ	3	6	4	6	4	2	25

- (8) નીચે આપેલી માહિતી ઉપરથી 'થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

$xi$	0	1	2	3	4	5
$fi$	5	15	25	32	18	5

જવાબ : થી ઓછા પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

કે તેથી ઓછા	0	1	2	3	4	5
સંચયી આવૃત્તિ	5	20	45	77	95	100

થી વધુ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

કે તેથી વધુ	0	1	2	3	4	5
સંચયી આવૃત્તિ	100	95	80	55	23	5

- (9) 'થી ઓછા' અને 'થી વધુ' પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

$xi$	10-15	16-19	20-24	25-29	30-34
$fi$	2	8	22	13	5

જવાબ: થી ઓછા પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

તેથી ઓછા	15.5	19.5	24.5	29.5	34.5
સંચયી આવૃત્તિ	2	10	32	45	50

થી વધુ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ વિતરણ

કે તેથી વધુ	9.5	15.5	19.5	25.5	30.5
સંચયી આવૃત્તિ	50	48	40	18	5

- (10) એક કોલેજમાં કુલ 1000 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 120 વિદ્યાર્થીઓને આંખમાં ખામી જણાય છે. તે કોલેજમાં કુલ 300 છોકરીઓ હોય અને તેમાંથી 50 છોકરીઓને આંખમાં ખામી માલુમ પડે તો તે ઉપરથી યોગ્ય કોષ્ટકની રચના કરો.

જાતિ	છોકરા	છોકરી	કુલ
આંખોમાં ખામી	70	50	120
આંખો સારી	650	250	880
કુલ	700	300	1000

- (11) એક નિબંધ સ્પર્ધામાં બે કોલેજ  $x$  અને  $y$  ના કુલ 75 વિદ્યાર્થીઓએ ભાગ લીધો જેમાં છોકરા અને છોકરીઓનું પ્રમાણ 8 : 7 હતું,  $x$  કોલેજની છોકરીઓ કરતાં  $y$  કોલેજની છોકરીઓની સંખ્યા 5 વધુ હતી.  $x$  કોલેજમાં કુલ 60% વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસ કરતા હતા તો તે ઉપરથી કોષ્ટકની રચના કરો.

કોલેજ	જાતિ		કુલ
	છોકરા	છોકરી	
$x$	30	15	45
$y$	10	20	30
કુલ	40	35	75

- (12) બાબા સાહેબ આંબેડકર યુનિવર્સિટીના એક અભ્યાસક્રમમાં 2000 વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસ કરતા હતા જેમાં 30% છોકરીઓ હતી. તેમજ છોકરાઓની કુલ સંખ્યામાં 1050 પરિણીત હતા જે પૈકી 120 બેકાર હતી. અપરિણીત છોકરાઓમાં 220 નોકરીવાળા હતા. છોકરીઓમાં 30% અપરિણીત હતા. જેમાં 50 બેકાર હતી. પરિણીત છોકરીઓમાં 30 બેકાર હતા તો તે ઉપરથી કોષ્ટકની રચના કરો.

જવાબ:

જાતિ વૈવાહિક દરજ્જો	છોકરા			છોકરી			કુલ		
	વ્યવસાય પરિણિત	અપરિણિત	કુલ	વ્યવસાય પરિણિત	અપરિણિત	કુલ	વ્યવસાય પરિણિત	અપરિણિત	કુલ
નોકરી વાળા	930	220	1150	390	130	520	1320	350	1670
બેકાર	120	130	250	30	50	80	150	180	330
કુલ	1050	350	1400	420	180	600	1470	530	2000

- (13) નીચે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો.
- (1) નીચેનામાંથી સ્ટર્જનો નિયમ કયો છે ?  
 (a)  $k = 2.233 \log_{10} n$  (b)  $k = 1 + 3.322 \log_{10} n$   
 (c)  $k = 1 + 2.233 \log_{10} n$  (d) એકપણ નહીં.
- (2) નીચેનામાંથી કયા સૂત્રની મદદથી વર્ગલંબાઈ શોધી શકાય.  
 (a)  $i = \frac{K}{R}$  (b)  $k = \frac{i}{R}$  (c)  $i = \frac{R}{K}$  (d) એકપણ નહીં.
- (3) નીચેનામાંથી ..... વર્ગીકરણને કોષ્ટક રચના કહે છે.  
 (a) આલેખીય (b) ગુણાત્મક (c) આવૃત્તિય (d) એકપણ નહીં.
- (4) માહિતીના ગુણાત્મક વર્ગીકરણને ..... કહે છે.  
 (a) કોષ્ટક રચના (b) આલેખ રચના (c) આવૃત્તિ રચના (d) એકપણ નહીં.
- (5) બે ચલની માહિતીના વર્ગીકરણ કરવાથી મળતુ કોષ્ટક ..... તરીકે ઓળખાય છે.  
 (a) સાદું કોષ્ટક (b) દ્વિચલ કોષ્ટક (c) દ્વિવિધ કોષ્ટક (d) એક પણ નહીં.
- (6) વર્ગ 20-29 ની ઊર્ધ્વ સીમા .....  
 (a) 20 (b) 49 (c) 29 (d) એકપણ નહીં.
- (7) વર્ગ 20-29 ની અધ: સીમા .....  
 (a) 20 (b) 49 (c) 29 (d) એકપણ નહીં.
- (8) વર્ગીકરણના ..... પ્રકારો છે.  
 (a) બે (b) ત્રણ (c) ચાર (d) એકપણ નહીં.
- (9) સંચયી આવૃત્તિ વિતરણના ..... પ્રકારો છે.  
 (a) ત્રણ (b) ચાર (c) પાંચ (d) ત્રણમાંથી એકપણ નહીં.
- (10) વર્ગની લઘુત્તમ કિંમતને વર્ગની ..... સીમા કહે છે.  
 (a) અધ: (b) ઉર્ધ્વ (c) મધ્ય (d) એકપણ નહીં.

- (11) વર્ગની મહત્તમ કિંમતને વર્ગની ..... સીમા કહે છે.  
 (a) અધઃ (b) ઉર્ધ્વ (c) મધ્ય (d) એકપણ નહીં
- (12) વર્ગ 121-149 ની મધ્યકિંમત = .....  
 (a) 28 (b) 135 (c) 14 (d) એકપણ નહીં
- (13) મધ્યકિંમત શોધવાનું સૂત્ર  
 (a)  $\frac{\text{ઉપલી હદ} + \text{નીચલી હદ}}{2}$  (b)  $\frac{\text{ઉપલી હદ} - \text{નીચલી હદ}}{2}$   
 (c) ઉપલી પદ - નીચલી પદ (d) એકપણ નહીં
- (14) જો આવૃત્તિ વિતરણના વર્ગો 25-29.9, 30-34.9, ....., એ પ્રમાણે હોય તો વર્ગ 25-29.9 નું ઉર્ધ્વસીમા બિંદુ .....  
 (a) 29.5 (b) 29.95 (c) 30.5 (d) એકપણ નહીં
- (15) ઉપલી સીમાનું બીજું નામ ..... છે.  
 (a) અધઃસીમા (b) ઉર્ધ્વસીમા (c) મધ્યસીમા (d) એકપણ નહીં
- (16) નીચલી સીમાનું બીજું નામ ..... છે.  
 (a) અધઃસીમા (b) ઉર્ધ્વસીમા (c) મધ્યસીમા (d) એકપણ નહીં
- (17) વર્ગલંબાઈને ..... સંકેત વડે દર્શાવાય છે.  
 (a)  $d$  (b)  $k$  (c)  $i$  (d) એકપણ નહીં
- (18) માહિતીનાં બે ચલ લક્ષણોના મુલ્ય અનુસાર વર્ગીકરણ કરવાથી મળતા આવૃત્તિ વિતરણને ..... આવૃત્તિ વિતરણ કહે છે.  
 (a) બહુવિધ (b) દ્વિચલ (c) ત્રિચલ (d) એકપણ નહીં

**જવાબ:** (1)  $b$  (2)  $c$  (3)  $b$  (4)  $a$  (5)  $b$  (6)  $c$  (7)  $a$  (8)  $a$  (9)  $d$  (10)  $a$  (11)  $b$  (12)  $b$  (13)  $a$  (14)  $b$  (15)  $b$  (16)  $a$  (17)  $c$  (18)  $b$

- (14) વર્ગીકરણ એટલે શું ? તેના પ્રકારો જણાવો.  
 (15) કોષ્ટક રચના એટલે શું ? તેની ઉપયોગિતા જણાવો.  
 (16) અસતત આવૃત્તિ વિતરણ એટલે શું ?  
 (17) સતત આવૃત્તિ વિતરણ એટલે શું ?  
 (18) સતત આવૃત્તિ વિતરણના પ્રકારો સમજાવો.  
 (19) કોષ્ટકના પ્રકારો લખો.  
 (20) કોષ્ટકના ભાગો સમજાવો.

---

### 10.11 ચાવીરૂપ શબ્દો

---

વર્ગીકરણ : સમાન લક્ષણોની કમબદ્ધ ગોઠવણ

સમાયાનુસાર : સમય અનુસાર

બહુવિધ વર્ગીકરણ : એકથી વધુ ગુણધર્મોનું વર્ગીકરણ

દ્વિચલ : બે ચલો

જટિલ કોષ્ટક : બે થી વધુ ચલોનું વર્ગીકરણ દર્શાવતું કોષ્ટક

---

### 10.12 સંદર્ભસૂચિ

---

1. 'Basic Statistics' S. Chand & Sons, Delhi
2. ધંધાકીય સંશોધન પદ્ધતિઓ  
ડૉ. મહેન્દ્ર એચ. મૈસુરીયા અને ડૉ. દિનેશ એમ. પટેલ  
અક્ષર પબ્લિકેશન, અમદાવાદ.

